

SOFTWARE PARA SIMULAR UN MODELO DE URNAS

Irma Nancy Larios Rodríguez

nancy@gauss.mat.uson.mx

Gerardo Gutiérrez Flores

gerardo@gauss.mat.uson.mx

Enrique Hugues Galindo

ehugues@gauss.mat.uson.mx

Universidad de Sonora, México.

Resumen

La presente propuesta, es producto de una línea de trabajo que hemos venido desarrollando en la Universidad de Sonora, cuyo objetivo principal es el diseño, elaboración e implementación de actividades didácticas cuyo contenido corresponde a cursos de Probabilidad y/o Estadística, en el nivel licenciatura. Concretamente diríamos que el software y las hojas de trabajo presentadas contemplan la simulación de un modelo de urnas, en el caso de selecciones con reemplazo, e ideas alrededor del concepto de probabilidad.

Palabras claves: Modelo de urnas, Software, Hojas de trabajo, Probabilidad, Convergencia.

Introducción

Hemos de señalar primeramente que consideramos la problemática educativa presente en el tratamiento de contenidos propios de probabilidad y estadística (estocásticos) incluye una variedad de ideas formadas incompleta o incorrectamente, existiendo diversas razones para ello, así por ejemplo Garfield y Alhgren (1988), (citado en Batanero, et al. 1994, p.14) señalan las siguientes:

- Algunos conceptos estocásticos, tales como la probabilidad, necesitan del razonamiento proporcional, que ha demostrado ser un tópico difícil en diversas investigaciones.
- Existen falsas intuiciones que los alumnos llevan consigo al empezar la enseñanza. Aunque estas intuiciones son mejor conocidas para el caso de la probabilidad (Piaget e Inhelder, 1951; Fischbein, 1975), aún han sido poco estudiadas para los conceptos estadísticos.
- A veces los alumnos muestran una falta de interés hacia la estadística, porque se les ha enseñado de una forma muy abstracta en edades tempranas.

Particularmente para el tema de probabilidad, Batanero, *et al.* (1994), señala sobre el concepto de probabilidad, que una dificultad para su comprensión, puede deberse a que, aunque en la actualidad existe una axiomática para el cálculo de probabilidades, comúnmente aceptada, a partir de los trabajos de Kolmogorov, no ha cesado aún la controversia sobre el significado último del término “probabilidad”, existiendo diversas escuelas: empirista, subjetivas, lógicas, etc.

Ortiz de Haro (2002), plantea que a pesar de que las diversas concepciones de la probabilidad se presentan desde un punto de vista intencional, generalmente las actividades propuestas a los alumnos por los profesores o en los libros de texto se orientan casi exclusivamente a la concepción laplaciana y formal de este concepto. Adicionalmente

señala que en el tratamiento didáctico del tema de probabilidad se incluyen una variedad de representaciones tabulares, gráficas, e icónicas cuya interpretación requiere con frecuencia por parte del estudiante de los convenios de construcción o de conceptos asociados que no son explicitados o trabajados adecuadamente.

Por otro lado la idea de frecuencia relativa es la base de la concepción frecuencial de la probabilidad, en la cual se define la probabilidad de un suceso como el límite que tendría su frecuencia relativa en un gran número de ensayos repetidos en las mismas condiciones, la asignación de probabilidades bajo este enfoque, se hace a partir de la experimentación y recolección de datos, por lo tanto esta concepción es la que sirve de enlace entre la probabilidad y la estadística, así mismo la posibilidad de repetición de un experimento permite el desarrollo intuitivo de los teoremas límite que tanta importancia tienen en el cálculo de probabilidades, ya que al aumentar el número de ensayos o repeticiones se produce una convergencia, en sentido estocástico, de la frecuencia relativa hacia un valor constante teórico. Sin embargo el tratamiento que se da comúnmente en los textos, es sólo declarar la probabilidad como se ilustra en los ejemplos siguientes:

- 1) Wayne W. Daniel (1996, pp. 34-35). “El punto de vista de la probabilidad más ampliamente sostenido es el de frecuencia relativa de ocurrencia. Podemos describir este concepto, en una forma no rigurosa, de la siguiente manera: consideremos un evento E que se produce en n repeticiones o ensayos de algún experimento. De acuerdo al concepto de frecuencia relativa de ocurrencia, la probabilidad del evento E, $P(E)$, es igual a la frecuencia relativa de ocurrencia del evento E, cuando n se aproxima a infinito”.
- 2) Etayo, J. y Colera, J. (1978, p. 412). “Según se ha visto, en un experimento aleatorio la frecuencia relativa de un suceso tiende a estabilizarse, al oscilar cada vez menos bruscamente alrededor de un cierto valor. Este valor es posible que lo conozcamos aproximadamente, pero nunca saber su expresión exacta. A este valor al cual la frecuencia relativa de un suceso se aproxima tanto como queramos, sin mas que efectuar el experimento tantas veces como sea necesario, se llama probabilidad del suceso”.
- 3) Ritchey, F. (2001, p. 160). “Una probabilidad (p) es una especificación de qué tan frecuente es probable que ocurra un evento de interés particular en un gran número de ensayos (situaciones en la que el evento puede suceder).”
- 4) Mendenhall/Reinmuth (1978, pp.67-68). “Si un experimento se repite un número grande (N) de veces y de estas el evento a ocurre n_A veces la probabilidad de A es $P(A) = n_A / N$. Esta manera práctica de ver la probabilidad, es una manera utilizada por lo no-estadísticos, es referida como el concepto de probabilidad desde el punto de vista de la frecuencia relativa.”

Por la problemática anteriormente planteada, se hace necesario, desde nuestro punto de vista, la realización de experimentos aleatorios usando dispositivos físicos, como dados, fichas, bolas, ruletas, etc. es altamente recomendable, pero su múltiple repetición puede requerir bastante tiempo, de tal forma que una alternativa válida consiste en simular tales experimentos haciendo simulaciones por medio de recursos computacionales. Entendiendo la simulación como la sustitución de un experimento aleatorio por otro equivalente, con el

cual se experimenta para obtener estimaciones de probabilidades de sucesos asociados al experimento.

Recapitulando concluimos, que se hace necesaria la observación reflexiva por parte del estudiante del tipo de situaciones o fenómenos con los que tienen que ver las disciplinas involucradas, lo que diremos es una problemática propia de la Educación Estadística. Sin embargo, la naturaleza de tales fenómenos y de sus propiedades (la aleatoriedad y las regularidades que aquí suelen mostrarse “a la larga”) vuelven un tanto caótica la observación directa de los fenómenos en sí y, de aquí que, una estrategia frecuentemente adoptada para su abordaje, es recurrir al apoyo de la tecnología para la simulación de fenómenos aleatorios como complemento a la interacción posible con el fenómeno mismo, recurriendo además a diferentes modos de registro y resumen de los resultados obtenidos. Así, la motivación principal para la creación del software y diseño de las hojas que presentamos, es el que sirvan de apoyo para ayudar a los estudiantes a comprender los resultados que arrojan los simuladores de fenómenos aleatorios, en torno al desarrollo intuitivo de conceptos importantes de probabilidad, utilizando, además, diferentes registros de representación.

Marco Teórico

Uno de los referentes teóricos considerado en el diseño del software, hojas de trabajo, fue la Teoría de Situaciones Didácticas de G. Brousseau (citado en Gálvez, 1994, p.10), donde se define la situación didáctica de la siguiente manera:

“Una situación didáctica es un conjunto de relaciones explícita y/o implícitamente establecidas entre un alumno o un grupo de alumnos, algún entorno (incluyendo instrumentos o materiales) y el profesor como un fin de permitir a los alumnos a reconstruir algún conocimiento.”

También consideraremos el concepto de competencia planteado por Perrenoud (2004), como una capacidad de movilizar varios recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de situaciones. Muy particularmente consideramos para el diseño de las actividades didácticas y su aplicación con los estudiantes el concepto de situación problema, caracterizada por Astolfi (1997, pp. 144-145) de la siguiente manera:

- a) Una situación problema se organiza en torno a la superación de un obstáculo, obstáculo previamente bien identificado.
- b) El estudio se organiza en torno a una situación de carácter concreto, que permita de un modo efectivo al alumno formular hipótesis y conjeturas. No se trata pues de un estudio depurado, ni un ejemplo *ad hoc*, con carácter ilustrativo, como se encuentran en las situaciones clásicas de enseñanza (incluso en trabajos prácticos).
- c) Los alumnos perciben la situación que se les propone como un verdadero enigma que resolver, en el cual están en condiciones de emplearse a fondo. Es la condición para que funcione la trasmisión: el problema, aunque inicialmente propuesto por el maestro, se convierte entonces en “su asunto”.
- d) Los alumnos no disponen al principio, de los medios de la solución buscada, debido a la existencia del obstáculo que deben superar para lograrlo. Es la necesidad de resolverlo, lo que conduce al alumno a elaborar y apropiarse colectivamente de los instrumentos intelectuales, que serán necesarios para la construcción de una solución.

- e) La situación debe ofrecer una resistencia suficiente, que lleve al alumno a emplear a fondo sus conocimientos anteriores disponibles, así como sus representaciones, de modo que está conduzca a cuestionarlas de nuevo y a elaborar ideas nuevas.
- f) Por eso, la solución no debe percibirse, sin embargo, fuera del alcance para los alumnos, al no ser la situación problema una situación con carácter problemático. La actividad debe trabajarse en una zona próxima, propicia a la aceptación del desafío intelectual y la interiorización de las «reglas del juego».
- g) La anticipación de los resultados y su expresión colectiva preceden a la búsqueda efectiva de la solución, el «juego».
- h) El trabajo de la situación del problema funciona también sobre el modo del debate científico en el interior de la clase, y estimula los conflictos sociocognitivos potenciales.
- i) La validación de la solución y su sanción no la aporta el profesor de una forma externa, sino que resulta del modo de estructuración de la situación por sí misma.
- j) Reexaminar de forma colectiva la progresión llevada a cabo es la ocasión para un repaso reflexivo, con carácter metacognitivo; esto ayuda a los alumnos a concientizarse de las estrategias que han puesto en práctica de manera heurística, y a estabilizarlos en procedimientos disponibles para nuevas situaciones problemas.

Objetivos de la propuesta

Con el uso del software y las hojas de trabajo por parte del estudiante se espera que:

1. Interprete adecuadamente la información presentada en los diferentes registros de representación.
2. Tenga un acercamiento de la ley empírica del azar, es decir, del hecho que las frecuencias relativas tienden a estabilizarse a la larga.
3. Desarrolle intuitivamente la idea de convergencia de las frecuencias relativas a la probabilidad teórica de un suceso.
4. Realice trabajo colaborativo, que le permita establecer conclusiones adecuadas sobre los conceptos que se desean desarrollar.

Descripción del software

Particularmente, el software “Modelo de Urnas” que aquí presentamos es un ejemplo de lo que hemos diseñado bajo la línea de ideas antes señalada y se puede acceder a él en la página web: <http://www.mat.uson.mx/gerardo>.

El software simula extracciones con reemplazo de canicas de dos colores posibles (azul-gris) pero igualmente se puede pensar cómo simulando extracciones o fenómenos aleatorios en que una observación dada tiene sólo dos resultados posibles. Se trata de un archivo Excel con una pestaña u hoja introductoria y tres más de simulaciones que trabajan mediante macros (piezas de programación elaboradas en lenguaje Basic).

La Hoja2 sirve como punto de partida para analizar extracciones sucesivas de hasta 60 canicas, el registro paso a paso o paulatinamente de sus resultados, así como del número de extracciones acumuladas, los resultados acumulados de cada color de canica y una gráfica de barras con los porcentajes respectivos. La Hoja3 permite efectuar el experimento hasta

60 extracciones con registros semejantes al de la Hoja2, salvo porque las barras se suplen por un gráfico de puntos y líneas que paulatinamente registran las frecuencias relativas acumuladas de uno de los colores de canicas, para permitir sea detectada la variabilidad implicada en las variaciones en las frecuencias relativas. Finalmente, la Hoja4 permite efectuar el experimento hasta 120 extracciones pero sólo registra, paulatinamente, el número acumulado de extracciones y el gráfico de puntos y líneas al que van dando lugar. A continuación se presentan imágenes de cada una de las hojas de Excel mencionadas.

Problema
En una urna se tienen canicas de color azul y canicas de color gris, y sólo de esos colores. Se quiere determinar el porcentaje de canicas de cada color.

Solución
Se van a extraer canicas una por una y con reemplazamiento y se estará observando el color de cada canica extraída, hasta tener suficiente información.

Contenido de este Archivo

- En las hojas subsecuentes se muestran simulaciones del experimento que consiste en extraer esas canicas en la forma descrita, así como diferentes formas de registrar los resultados de las simulaciones.
- En cada hoja se indica su funcionamiento, para la realización de las simulaciones

Cuidado

- Este archivo no está protegido contra escritura
- Si desea guardar algunos cambios realizados recurrir a otro archivo.

Elaborado por:
Gerardo Gutiérrez Flores
Enrique Hugués Galindo

Hoja1

En esta hoja, se muestran los resultados de cada una de las realizaciones del experimento simulado recurriendo a tres tipos de registros: Enlistando cada una de las extracciones y sus resultados, la tabla de frecuencias relativas y una gráfica de columnas.

No. de extracciones	Color	Resultado
1	G	G
2	G	G
3	G	G
4	G	G
5	G	A
6	G	A
7	G	G
8	A	G
9	G	G
10	G	30 G
11	G	
12	G	
13	G	
14	A	
15	G	
16	G	
17	G	
18	G	
19	A	
20	G	

30
No. de extracciones

	grises	azules
total	25	5

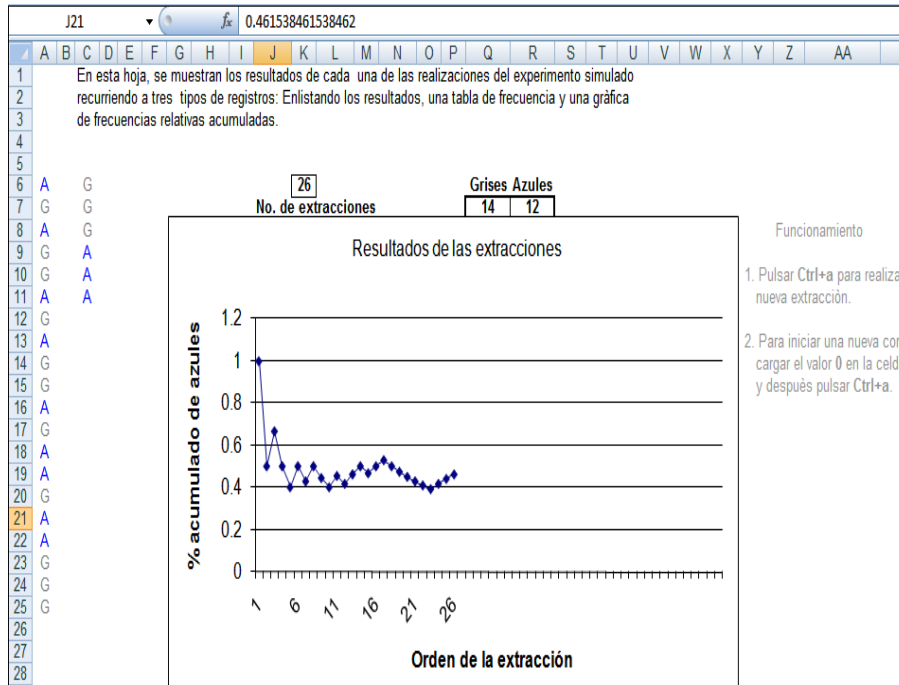
Resultado de las extracciones

Color	Porcentaje
grises	80
azules	20

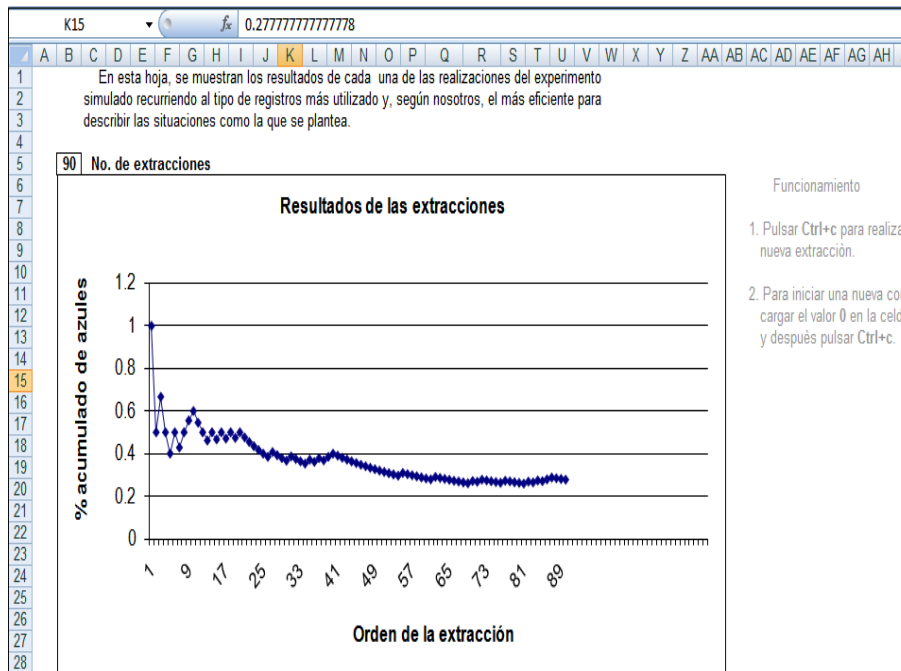
Funcionamiento

1. Pulsar Ctrl+g para realizar una nueva extracción.
2. Para iniciar una nueva corrida, cargar el valor 0 en la celda K6 y después pulsar Ctrl+g.

Hoja2



Hoja3



Hoja4

El software está desarrollado de modo tal que las hojas de trabajo asociadas, atienden primeramente la problematización de la relación entre la tabla de frecuencias y la gráfica de la Hoja2 y, por otra parte, la pérdida y ganancia de información entre la gráfica de la Hoja2 y la de la Hoja3. En estas, los resultados de las simulaciones se muestran uno por uno con el objetivo de observar resultados parciales y darle seguimiento coordinado con lo que ocurre en la tabla y en la gráfica, permitiendo realizar comparaciones, observar variaciones

y regularidades, patrones o tendencias. Las actividades que se basan en la Hoja4 se centran, más que en relacionar todo con cada uno de los resultados de la simulación, en la percepción de regularidades en la gráfica, como una síntesis de significaciones en relación con las representaciones vistas en las demás hojas.

La situación problema principal esta planteada en la Hoja1 es la siguiente:

En una urna se tienen canicas de color azul y canicas de color gris, y sólo de esos colores. Determinar el porcentaje de canicas de cada color sin ver el contenido de la urna.

La situación problema anterior es el punto de partida para el logro de los objetivos de la propuesta.

El software ha experimentado ajustes para posibilitar un acercamiento al problema planteado, pero también es flexible para adaptarse a problemas diferentes. Así por ejemplo, por un lado, el software registra los resultados con el color de la canica “extraída” para facilitar la identificación de la simulación en el contexto del problema planteado. Por otro lado, el software puede ser adecuado a otros contextos (lanzamientos de monedas y dados “honestos”, lanzamientos de monedas y dados “trucados”, extracción de peces de un estanque, sexo al nacer, etc.) y a diferentes proporciones en congruencia con los resultados según el contexto elegido, modificaciones que en su caso estarían a la mano del instructor, quien contaría con nuestro apoyo si fuera necesario, para buscar que los estudiantes superen dificultades que enfrentan para comprender este tipo de situaciones y los conceptos u objetos estadísticos involucrados. En esto contemplamos, por ejemplo, que los estudiantes:

- i. Pueden ser insensibles a situaciones de no equiprobabilidad, en alguna medida debido a su inexperiencia o a la falta de observación de este tipo de situaciones. Ante esto vemos posible que, después de solicitarle explícite sus creencias, establecer sus pronósticos de resultados en una situación de estas, como pudiera ser en el lanzamiento de una moneda doblada, y enfrentarlos a lo que sucede en un caso semejante en el ambiente de nuestro simulador sus creencias se verán afectadas favorablemente.
- ii. El significado de las probabilidades comúnmente es de naturaleza laplaciana y no frecuentista, de tal manera que cuestionarle al respecto sólo confirmaría este par de afirmaciones, aún después de ser expuesto a experiencias con un simulador como el que hemos elaborado. Esto puede ser afectado favorablemente con algún cuestionamiento apropiado, digamos que para el caso de una moneda o dado trucado, como pueden ser: ¿Existe alguna línea paralela al eje de las abscisas que describa el comportamiento a la larga de las frecuencias relativas? O bien ¿Existe un par de rectas paralelas al eje de las abscisas y cercanas entre sí que a partir de un momento dado capturan a las frecuencias relativas?

Así mismo, según los antecedentes de los alumnos, las actividades pueden arrancar desde un plano intuitivo y sin tecnología, utilizando o no aleatorizantes físicos (como monedas, dados, monedas dobladas, etc.) para obtener familiaridad con la situación o iniciar la problematización alrededor de ella, para lo cual es necesario que el profesor plantee alguna(s) pregunta(s). Posteriormente, puede retomarse la problematización usando el simulador activando el uso de tecnología, pasando previamente por obtener familiaridad con el simulador y el establecimiento de equivalencias entre el fenómeno y su simulación,

todo lo cual puede ser guiado por una hoja de trabajo, entre otras opciones. Adicionalmente, todo esto puede manejarse individualmente por equipos o colectivamente, aunados a otros tipos de estrategias.

Por último, es preciso aclarar que la selección de Excel como medio tecnológico para apoyar la observación reflexiva y la comprensión de los resultados de los simuladores de fenómenos aleatorios obedece a las posibilidades técnicas que brinda y al fácil acceso que los estudiantes tienen a Excel. Entre las posibilidades técnicas que remarcamos se encuentran las relativas a poder utilizar diferentes modos de representación de los resultados de una simulación y a vincularlos de manera dinámica.

Descripción de las hojas de trabajo

A fin de precisar la manera en que se concibe el uso del software diseñado se elaboraron tres hojas de trabajo para guiar a los estudiantes en su interacción con él, las cuales se encuentran como anexos al presente documento. Cada una de ellas corresponde, respectivamente, a las Hoja2, Hoja3 y Hoja4 del software en Excel para simulación del modelo de urnas. En cada una de las hojas de trabajo se realiza una serie de cuestionamientos, con la intención de que el estudiante tenga diferentes acercamientos a la respuesta del problema o situación planteada, que es: determinar el porcentaje de canicas de cada color, pero también que pueda articular la información que se presenta a través de los diferentes registros de representación.

A la par al desarrollo del trabajo de los estudiantes, el profesor debe realizar permanentemente un proceso de observación que le permita hacer las aclaraciones y orientaciones pertinentes sobre las acciones que desarrollan los estudiantes, a fin de lograr lo que se propone con la actividad didáctica. Así mismo, el profesor debe tener en claro que los cuestionamientos de las diferentes actividades didácticas, pueden ser reorientados y/o complementados con otros en caso de que sea necesario.

Para dar respuesta a la situación problema, se requiere que el estudiante pueda leer correctamente la información de los diferentes registros de representación, así como reflexionar sobre la variación en los resultados de la extracción de canicas de la urna o en la información que se obtiene de ese proceso.

El pilotaje

La propuesta fue piloteada en el semestre 2011-1, con 20 estudiantes de un curso de Estadística I, del área Económico Administrativo de la Universidad de Sonora. El trabajo fue planeado para ser realizado en un centro de cómputo, en equipo de dos personas por computadora, en tres sesiones de una hora cada una. La intención del pilotaje fue identificar si los cuestionamientos de las hojas de trabajo eran adecuados para el desarrollo de las hojas de Excel, detectar problemas en el uso del software, establecer el tiempo de duración de la propuesta, entre otros. Consideramos que con los resultados del pilotaje se estará en condiciones de realizar una experimentación estructurada metodológicamente.

La estrategia didáctica implementada fue a grandes rasgos la siguiente: en un primer momento se solicita a los estudiantes realizar el trabajo en pares, pero posteriormente se solicita que socialice las respuestas de las hojas trabajo con sus compañeros en plenarios, con la intención que verbalice sus argumentos y pueda consensarse las respuestas a los

diferentes cuestionamientos, culminando con la institucionalización de los conceptos involucrados por parte del profesor.

En base a la observación del trabajo realizado por los estudiantes, así como las respuestas de las hojas de trabajo, a continuación se describen las principales conclusiones del pilotaje.

1. La mayoría de los equipos requirió aproximadamente tres horas para su desarrollo, sin embargo los avances en el desarrollo de los cuestionamientos de las hojas de trabajo fue diferenciado.
2. Fue necesario monitorear constantemente a los estudiantes para supervisar el progreso y manejo del software, esto último para no alterar la programación prevista en el archivo de Excel.
3. El software funcionó en términos generales de forma adecuada, sólo hay que tener cuidado en realizar el monitoreo señalado en el punto anterior.
4. Se requiere mejorar la redacción en algunas de las instrucciones de las hojas de trabajo.
5. Uno de los problemas fuertes fue la de no contar siempre con un centro de computo, sólo dos de las tres sesiones programadas fueron realizadas en el centro de computo, resolviendo tal situación, solicitándole a los estudiantes que tenían computadoras personales, las llevaran al salón de clase, de tal forma que el trabajo fue en parejas y ternas.

En relación a los objetivos planteados en la propuesta:

6. En relación al objetivo 1 de la propuesta, se detectaron fuertes obstáculos entre algunos estudiantes (20%), en la correcta interpretación de la información generada en las gráficas de las hojas3 y hoja4 del software.
7. De acuerdo a las respuestas obtenidas en el numeral 3, 5 y 6 de la hoja de trabajo 2 y del numeral 5, 6,7 y 8 de la hoja de trabajo 3, se pudo constatar, que los estudiantes tuvieron un acercamiento adecuado a la ley empírica del azar, así como al desarrollo a la idea de convergencia de la frecuencias relativas a las probabilidad teórica de un suceso.
8. El trabajo en equipo por parte de los estudiantes, permitió el desarrollo de la propuesta, de manera que el debate entre los miembros del equipo promovió el establecimiento de las conjeturas requeridas para el logro de los objetivos planteados.

Conclusiones

Aunque la propuesta presentada en este trabajo ha sido probada con un grupo de estudiantes, no se ha realizado aún una experimentación estructurada metodológicamente, puesto que estamos en la etapa de retroalimentación de la misma, en ese sentido creemos que debemos ser muy cautos en establecer conclusiones rigurosas, sin embargo nos atrevemos a plantear lo siguiente:

- Hay que incorporar en la propuesta otros contextos para las situaciones problemáticas, que complementen la actual.
- Qué incorporando a la propuesta los aspectos detectados en el pilotaje, así como la anterior, consideramos que es posible alcanzar los objetivos planteados en la misma.

- En relación a la estrategia de trabajo implementada, qué el promover entre a los estudiantes en un trabajo como el descrito en el apartado V, permitió que el centro del proceso educativo estuviera en los estudiantes y no en el maestro; particularmente el incorporar a los estudiantes en trabajos en equipos en donde se planteaban tanto sus resultados, dudas y conjeturas, permitió el establecimiento de las conclusiones en torno a los cuestionamientos planteados en las hojas de trabajo.

Referencias bibliográficas

- Astolfi, J.P., Darot, E, Ginsburger-Vogel, Y, y Toussaint, J. (1997). Most-clés de la didactique des sciences. Repères, d'feinitions, bibliographies.Bruxelles. Bruxelles. De Boeck. (Trad. Cast.: Conceptos clave en la didáctica de las disciplinas: referencias, definiciones y bibliografía de didáctica de las ciencias, Sevilla, Diada, 2001.).
- Batanero, C., Godino, J., Green, D., Holmes, P., Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Etayo, J. y Colera, J. (1978). Matemáticas 1º. Ed. Anaya. Salamanca.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. (Dordrecht: D. Reidel).
- Gálvez, G. (1994). La didáctica de las matemáticas, en Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones., C, Parra, I. Sainz (comp.), Buenos Aires: Paidós Ecuador.
- Mendenhall, W. (1978). *Estadística para Administración y Economía*. USA: Duxbury Press.
- Ortiz de Haro, J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Grupo de Educación Estadística Universidad de Granada (GEEUG).
- Perrenoud, P. (2004). Diez nuevas competencias para enseñar (p.11), Barcelona: Graó.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La gènesis de l'idée de hasard chez l'enfant*. (Paris: Presses Universitaires de France).
- Ritchey, J. F. (2002). *Estadística para las Ciencias Sociales*. El potencial de la imaginación estadística. México: Mc Graw Hill.
- Wayne, W. Daniel. (1996). Estadística con aplicaciones a las ciencias sociales y la educación. Ed. Mc Graw Hill.

Anexo: Hojas de trabajo

Hoja de trabajo 1

Situación problema: En una urna se tienen canicas de color azul y canicas de color gris, y sólo de esos colores. Se quiere determinar el porcentaje de canicas de cada color.

Utilizando la Hoja2 del archivo Excel “Modelo de urnas”, realice lo que se le solicita a continuación:

1. Complete veinte extracciones y, simultáneamente, observe cada uno de los resultados de éstas así como los efectos que van teniendo en la tabla de frecuencias y en la gráfica de columnas.
 - 1.1. ¿Qué puede decir de los resultados de las extracciones? (aparecen en celdas B6 a B25)
 - 1.2. ¿Qué sucede en la tabla?
 - 1.3. ¿Qué sucede en la gráfica?
 - 1.4. ¿A qué cree que se deben los cambios observados en la tabla y en la gráfica?
2. Continúe realizando extracciones de canicas hasta completar sesenta, observe los resultados de las extracciones así como los efectos en la tabla y en la gráfica.
 - 2.1. ¿Qué relación existe entre los resultados de las extracciones y la gráfica? ¿Entre los resultados de las extracciones y la tabla?
 - 2.2. Al realizar las extracciones ¿Existe relación entre los resultados de la tabla y la gráfica? Explique su respuesta.
3. Realice una nueva corrida de extracciones de canicas, observe los cambios de las barras de la gráfica y los resultados de las extracciones:
 - 3.1. ¿Qué relación existe entre las alturas de las columnas y los resultados de las extracciones?
 - 3.2. ¿Cuánto suman las alturas de las barras de la gráfica en cada extracción?
4. Realice cinco nuevas corridas de 60 extracciones de canicas y llene la tabla siguiente:

	1era. corrida	2da. corrida	3era. Corrida	4ta. corrida	5ta. Corrida
% Canicas Azules					
% Canicas Grises					
Total					

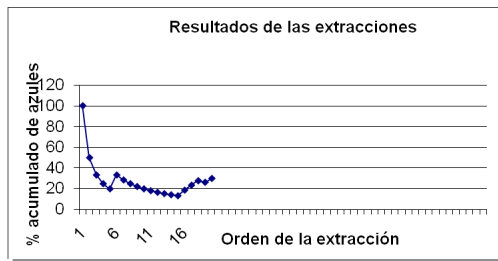
5. De acuerdo a los resultados observados en las corridas de extracciones de canicas, conteste lo siguiente:
 - 5.1. ¿Que hay más ¿Canicas grises o canicas azules? Argumente su respuesta.
 - 5.2. A partir de los resultados observados en las diferentes corridas de extracciones de canicas ¿Puede establecer el % de canicas azules y grises que hay en la urna? Argumente su respuesta.
6. Comparte las respuestas con otros compañeros.

Hoja de trabajo 2

Problema: En una urna se tienen canicas de color azul y canicas de color gris, y sólo de esos colores. Se quiere determinar el porcentaje de canicas de cada color.

Utilizando la Hoja3 del archivo de Excel “Modelo de urnas”, realice lo que se le solicita a continuación:

1. Realice cinco extracciones y observe cada uno de los resultados de las extracciones así como los efectos en la tabla de frecuencias y en gráfico de puntos y líneas.
 - 1.1. ¿Qué sucede en la tabla?
 - 1.2. ¿Qué sucede en el gráfico de puntos y líneas?
 - 1.3. ¿Qué relación existe entre los resultados de las extracciones de las canicas, la tabla de frecuencia y el gráfico de puntos y líneas?
2. Complete veinte extracciones y compare el gráfico de puntos y líneas para lo así obtenido con el gráfico que aparece abajo y que corresponde a veinte extracciones de otra corrida.



2.1 Con la información de ambos gráficos llene la tabla siguiente:

		No de extracción					
		1	2	4	10	17	19
Corrida obtenida	% de canicas azules						
	% de canicas grises						
Corrida proporcionada	% de canicas azules						
	% de canicas grises						

2.2 ¿Qué diferencias encuentra entre ambas corridas (sea en gráficos o en tablas)? ¿Qué similitudes?

3. Continúe realizando extracciones hasta completar un total de 60.
 - 3.1. Describa lo que sucede en el gráfico de puntos y líneas.
 - 3.2. ¿Los valores porcentajes acumulados de canicas azules se acercan a algún valor? ¿a cuál?
 - 3.3. ¿Puede establecer el % de canicas azules y grises que hay en la urna? Argumente su respuesta.
 - 3.4. Si se realizara una nueva corrida de 60 extracciones, ¿se mantendrían las respuestas a las preguntas inmediatas anteriores?
4. Realice cinco nuevas corridas de 60 extracciones de canicas y llene la tabla siguiente:

	1era. corrida	2da. corrida	3era. Corrida	4ta. corrida	5ta. Corrida
% de Canicas Azules					
% de Canicas Grises					

Total					
-------	--	--	--	--	--

5. De acuerdo a los resultados observados en las corridas de extracciones de canicas, conteste lo siguiente:
 - 5.1. Que hay más ¿Canicas grises o canicas azules? Argumente su respuesta.
 - 5.2. A partir de los resultados observados en las diferentes corridas de extracciones de canicas ¿Puede establecer el % de canicas azules y grises que hay en la urna? Argumente su respuesta.
6. Comparte las respuestas con otros compañeros.

Hoja de trabajo 3

Problema: En una urna se tienen canicas de color azul y canicas de color gris, y sólo de esos colores. Se quiere determinar el porcentaje de canicas de cada color.

Utilizando la Hoja4 del archivo Excel “Modelo de urnas:

1. Realice 60 extracciones de canicas y observe la gráfica de puntos y líneas. ¿Qué sucede en la gráfica? Continúe realizando las extracciones hasta completar las 120 extracciones y explique qué sucede en el grafico de puntos y líneas.
2. ¿Los valores porcentajes acumulados de canicas azules se aproximan a algún valor? ¿A cuál?
3. ¿Puede establecer el % de canicas azules y grises que hay en la urna? Argumente su respuesta.
4. Realice cinco nuevas corridas de 120 extracciones de canicas y llene la tabla siguiente:

	1era. corrida	2da. corrida	3era. Corrida	4ta. corrida	5ta. Corrida
% de Canicas Azules					
% de Canicas Grises					
Total					

5. ¿Observa alguna diferencia en los resultados obtenidos en estas cinco corridas, en comparación con los resultados de las cinco corridas realizadas con el software de la Hoja3? ¿Qué podría explicar eso?
6. ¿Existe un par de rectas paralelas al eje de las abscisas y cercanas entre sí que a partir de un momento dado capturan a los porcentajes acumulados de canicas azules?
7. De acuerdo a los resultados observados en las corridas de extracciones de canicas ¿Puede establecer el % de canicas azules y grises que hay en la urna? Argumente su respuesta.
8. Comparte las respuestas con otros compañeros.