

UN ACERCAMIENTO A LA VARIABILIDAD ESTADÍSTICA USANDO TECNOLOGÍA COMPUTACIONAL

Felipe de Jesús Castro L., Gerardo Gutiérrez F., Enrique Hugues G.

Instituto Tecnológico de Sonora - Universidad de Sonora, México

felipecastrolugo@hotmail.com, gerardo@gauss.mat.uson.mx, ehugues@gauss.mat.uson.mx

Nivel superior / Innovación educativa

Palabras clave: estadística, educación estadística, pensamiento estadístico, variabilidad estadística

Resumen

Se presentan algunas ideas generales de nuestra postura en *educación estadística* para el medio universitario y se presenta una propuesta didáctica específica que incorpora consideraciones adoptadas para un tópico a fin de ilustrar el tipo de esfuerzo que se realiza en su exploración e implementación en nuestro ámbito de trabajo, además de esbozar resultados arrojados en tales esfuerzos.

La propuesta aborda la *variabilidad estadística* por medio de una secuencia de actividades apoyadas en el uso de tecnología computacional, al considerarse que se trata de un tópico central de la educación estadística y que en su promoción la tecnología puede jugar un papel didáctico importante. En ella se consideran también algunos de los resultados de la investigación sobre la comprensión de dicho concepto.

Introducción

Como punto de partida se señala a la *estadística* como una disciplina surgida para resolver problemas y de quien luego se dice que es “la ciencia de la incertidumbre” pero también que es “la ciencia de los datos”, tanto por el tipo de situaciones de su interés como por las estrategias para abordarlas. Sus componentes se pueden encontrar en lo que cotidianamente hacen los estadísticos y los practicantes de la estadística de una variada gama de profesiones, al resolver problemas utilizando diferentes tipos de herramientas que suelen usarse en el llamado proceso estadístico.

En base a esa visión, acentuada por la idea de que difícilmente se encontraría otra disciplina (matemática o matematizada) de una injerencia más directa en nuestra sociedad, se opina que los futuros profesionista deben entender dicho proceso y estar capacitados para intervenir en algunas de sus etapas. Sin embargo, consideraciones de este tipo para guiar la educación estadística en el medio universitario de nuestro país no están siendo abordadas, lo que nos ha llevado a reconocer esto como parte de la problemática educativa más general en la que se incluyen como problemas específicos ¿cuál debiera ser la formación estadística requerida por los futuros profesionistas? y ¿cómo debiera conseguirse ésta?, que forman parte del tipo de problemas que han venido a revitalizar un campo de estudio: la *educación estadística*.

Ante estas cuestiones específicas, se plantea la posibilidad de modernizar la educación estadística en nuestro entorno aprovechando la apertura que para ello ofrecen las reformas educativas promovidas en el país para insertar reflexivamente algunas de las ideas que sobre educación estadística provee el medio académico y que le son acordes, particularmente algunas relativas al uso de la tecnología computacional.

Las reformas plantean deslizar el foco del proceso de instrucción de la enseñanza al aprendizaje y orientarlo hacia una educación significativa que priorice un desarrollo equilibrado de conocimientos, destrezas y habilidades además de poner especial atención a los requerimientos del mercado de trabajo profesional (Del Hierro y Torres, 2004, Pág. 6; UNISON, 2003; Págs. 11-12), y en correspondencia con esta visión actualizada del proceso, plantean el uso sistemático y óptimo de los recursos de la tecnología.

En relación con lo anterior, nuestra postura en educación estadística intenta ser una respuesta a cuestiones como las planteadas en base a: una visión de la estadística, la experiencia del proceso de su enseñanza y de su aprendizaje, el conocimiento del medio educativo y los productos de la reflexión sobre las ideas presentes en la literatura especializada que se ha tenido al alcance.

En el caso de la educación estadística en nuestro medio, se cree que este conjunto de ideas no han sido explotadas, que ha faltado una planeación más efectiva para asegurar su mayor penetración en la escuela, que ésta sea real y que se oriente con una visión apropiada de la misma, entre otras cosas; lo que requeriría ser acompañada por: una capacitación específica del profesorado en estadística acorde con las tendencias actuales, indicaciones precisas que los orienten en su práctica de la docencia estadística y de los materiales que faciliten su labor.

Para poder mostrar el acercamiento a lo antes dicho y conforme a los límites del presente trabajo, se enfoca la noción de *variabilidad estadística*, acerca de la cual la investigación sobre su comprensión ha hecho ver que su complejidad causa serias dificultades a los aprendices y que deben desarrollarse esfuerzos especiales para apoyarlos a lograr su adecuada concepción. Adicionalmente, su importancia es reforzada porque:

- La variabilidad está presente dentro del campo de la estadística en los diferentes objetos de la misma: los datos varían entre sí, los integrantes de las muestras varían de un muestreo a otro y las distribuciones, las medias y demás estadísticos resultantes de estas muestras varían (Shaughnessy, 2008);
- El elemento fundamental de la existencia de la estadística es la variabilidad, su funcionamiento no tiene mejor forma de ser entendido que mediante su explicación (Cobb, 1992, citado por Garfield y Ben-Zvi, 2008, Pág. 203);
- Ha habido una creciente atención a la importancia del desarrollo de la comprensión y la apreciación de la variabilidad como una componente central del pensamiento estadístico (Wild y Pfannkuch, 1999), paralelamente a la comprensión de las ideas de distribución, de localización y de dispersión, como ideas mediadoras.

Así pues, el *problema educativo* que interesa abordar puede establecerse como: **Diseñar una secuencia de actividades didácticas para desarrollar el sentido de la variabilidad estadística entre estudiantes de ingeniería**; que consideren las características de los modelos curriculares vigentes en el medio, las tendencias actuales en educación estadística y la posibilidad de incorporar la tecnología computacional como componente.

Elementos teóricos

Diversos esfuerzos se están haciendo en el ámbito académico para establecer cuáles debieran ser las ideas guía de la educación estadística y, algo que se comparte, además de que ha venido cobrando fuerza, es que ésta debe ser guiada por la práctica estadística

(precepto en el ámbito de actuación de la estadística propio de su naturaleza y objetivos) o por la formación del *pensamiento estadístico* (Chance, 2002) en los estudiantes (visto como implicación didáctica en la actuación o práctica de la estadística), lo que se encuentra implícito cuando se habla de “lo que cotidianamente hacen los estadísticos y los practicantes de la estadística de una variada gama de profesiones al resolver problemas”.

No menos sustancial para la educación estadística nos parece la intervención de productos de la tecnología computacional, por su potencial para promover la parte cualitativa del análisis estadístico propiamente dicho y para contribuir al desarrollo conceptual. Particularmente, esto está relacionado con capacidades como la de movilizar diferentes objetos estadísticos o matemáticos por medio de representaciones numéricas, tabulares, gráficas y simbólicas. Lo que a su vez permite generar ambientes propicios para el surgimiento o diseño de variadas experiencias de aprendizaje, mediante un acercamiento concreto y visual, lo que posibilita arrancar intuitivamente el contacto con conceptos y también el descubrimiento de complejas relaciones entre tales tipos de objetos.

Estas dos ideas guía han estado presentes entre las deliberaciones sobre el currículo en estadística, como se puede apreciar en las recomendaciones de la comisión de la American Statistical Association (ASA) integrada para abordar la educación estadística, cuyas recomendaciones fueron reportadas por G. W. Cobb en 1992 y que han tenido una influencia destacada en trabajos posteriores. En ellas (Garfield, J. *et. al.*, 2005, Pág. 8) se contempla:

- 1) Enfatizar el pensamiento estadístico desde cursos introductorios procurando que el estudiante comprenda que el proceso estadístico tiene como elementos básicos: la necesidad de los datos, la importancia de la producción de los datos, la omnipresencia de la variación y la cuantificación y explicación de la variabilidad.
- 2) Poner mayor énfasis sobre los datos y conceptos procurando que la realización de cálculos y gráficas sea automatizada; y
- 3) Fomentar las actividades de aprendizaje priorizándolas por sobre las de enseñanza, diversificando medios y estrategias de participación de los estudiantes.

En esto se resalta que a la noción de nuestro interés se le asigna un papel destacado en esta visión, lo que hace necesario plantearse ¿cómo deber ser entendida la variabilidad estadística? Para los fines del presente trabajo se hace referencia a la variabilidad como la capacidad de cambio en lo que se observa o estudia y al modo de razonamiento que contempla diferentes aspectos fundamentales (Reading y Shaughnessy, 2004, Pág. 203) de tales observaciones:

- a) Su percepción (notarla, identificarla, reconocerla)
- b) Su cuantificación (medirla, tratarla, manipularla)
- c) Su descripción (representarla, caracterizarla, interpretarla, buscar regularidades)
- d) Su explicación (analizarla, identificación de causas, modelarla, controlarla o reducirla).

Se piensa que el razonamiento acerca de la variabilidad evoluciona desde un plano intuitivo hacia uno de mayor formalidad concretando cada uno de estos aspectos en mayor forma por medio de experiencias apropiadas. La percepción de la variabilidad puede arrancar con la reflexión sobre una situación problema y las formas en que puede ser abordada o aún más claramente, al planificar la recolección de datos y al observarlos conforme se van obteniendo. Un mayor nivel de concreción se puede dar al organizar los datos o graficarlos,

para paulatinamente dar paso a una concepción más formal al cuantificar la variabilidad, al describirla y al explicarla.

Particularmente, J. Garfield y D. Ben-Zvi (2008, Pág. 203) señalan que la importancia de que los estudiantes desarrollen una comprensión de la variabilidad estriba en que éste es un componente clave del pensamiento estadístico. Que además la noción de variabilidad junto con la de centralidad y la de forma resultan centrales para entender el concepto de distribución, todo lo cual es puesto en juego conjuntamente desde los análisis de los datos hasta en las tareas más sofisticadas de inferencia estadística.

Sin embargo, la comprensión de la variabilidad no está exenta de dificultades (Garfield *et. al.*, 2008, Pág. 205), empezando porque curricularmente y didácticamente se encuentra desatendida y porque para los estudiantes resulta complicado balancear las visiones informales y formales que le acercan al concepto, ya que tienen dificultades para moverse de la idea intuitiva de que los datos varían (diferencias entre los datos) a manejar esta variación formalmente mediante una medida (primero rango y luego desviación estándar, por ejemplo) y aún más para conjugar ambas en una interpretación coherente. De hecho es de esperarse que los estudiantes tengan dificultades para relacionar las medidas de variabilidad ya obtenidas con otros resúmenes numéricos o gráficos o que no lleguen a percibir la interconexión entre distribución, centralidad y variabilidad necesaria dentro de la inferencia estadística.

Elementos metodológicos

La secuencia de actividades didácticas ha sido diseñada para promover la variabilidad estadística entre estudiantes de ingeniería e incidir en el desarrollo de su *pensamiento estadístico*. Con sus actividades se pretende que se aprecien los diversos aspectos fundamentales de la variabilidad, del razonamiento o reflexión sobre ella, que abonen al desarrollo de capacidades para percibirla, describirla, cuantificarla y explicarla. Parten de una situación problema con contexto real para que los estudiantes la asocien a su futuro campo profesional mostrando fuertes vínculos con las herramientas estadísticas y así captar su interés, a la vez que proporcionan un medio para la generación o introducción de nociones e ideas estadísticas.

La secuencia consta de tres actividades resumidas en la tabla mostrada en el apéndice y está planeada para insertarse en el tema de estadística descriptiva en la asignatura de Probabilidad y Estadística y para su implementación, se apoya en hojas de trabajo con cuestionamientos que guían la actividad de los estudiantes y hojas Excel prediseñadas con datos sobre la situación con algún tratamiento inicial o incluso con macros para automatizar exploraciones convenientes, lo que se ilustra en las figuras 1 a 4. Además, las hojas de trabajo constituyen el principal instrumento de observación toda vez que en ellos se registran directamente las respuestas a los cuestionamiento que ahí mismo le son planteados a los estudiantes.

Cada una de las actividades se desarrollan en base a problemas y se han organizado en tres etapas o momentos: introducción, desarrollo y cierre; la primera de ellas trata de que los estudiantes conciban la necesidad de resolver problemas en torno a cuestiones específicas de la situación que plantea la actividad, en la siguiente que avancen en su resolución utilizando herramientas y estrategias necesarias para solventar la situación problema; y,

finalmente, recapitulan sobre el trabajo realizado, concluyendo y argumentando. En los diferentes momentos se promueve la reflexión del estudiante desde un plano intuitivo hacia uno más formal, utilizando el trabajo colectivo a nivel de todo el grupo o en equipos pequeños y el trabajo individual, con el apoyo del profesor.

Figura 1: Actividad 1

Figura 2: Actividad 1

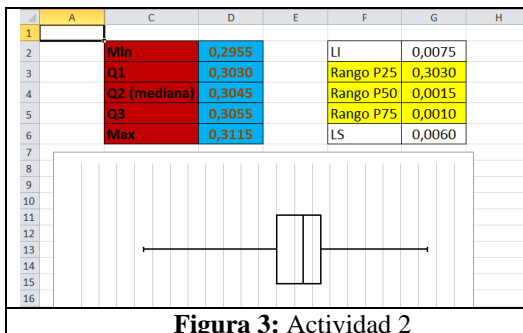


Figura 3: Actividad 2

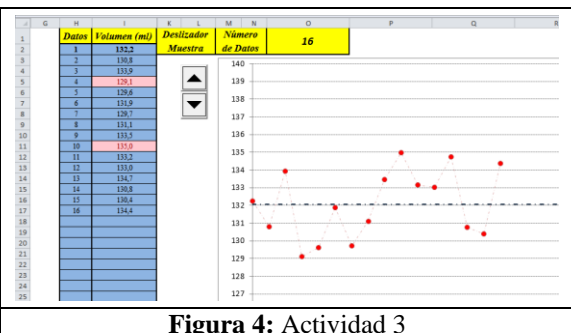


Figura 4: Actividad 3

Resultados y Conclusiones

La secuencia de actividades ha sido previamente explorada de manera parcial y el último pilotaje realizado ha sido el primero en que se ha usado el total de actividades, aunque se considera que aún hace falta refinarla, se han recibido buenos comentarios sobre su contenido y estructura tanto de profesores como de estudiantes que la han conocido.

Entre los resultados del último pilotaje se debe señalar que el tiempo real para su implementación (7 horas) fue mayor que el planificado (5 horas) lo que pudiera implicar la necesidad de ajustes en la secuencia sin olvidar que la exploración de conceptos y el uso reflexivo de la tecnología requieren invertirles tiempo (Garfield *et. al.*, 2008, Pág. 111).

1. ¿Crees que la afirmación: “la amplitud o longitud de los brazos extendidos de un hombre es igual a su estatura”, es verdadera?, ¿Será válida para los estudiantes de la UNISON? o ¿Aplicará para los estudiantes de Probabilidad y Estadística del grupo? Argumenta cada una de tus respuestas.

Comparando los resultados obtenidos mediante la experimentación realizada podemos concluir que es probable que la longitud y amplitud es aproximada a la estatura. Si aplica y es válido para los estudiantes de probabilidad pero se tendría que hacer un estudio para saber si aplica para estudiantes de UNISON.

Figura 5: Respuesta de un estudiante a punto 1 de la actividad 1.

Las figuras 5-9 son una muestra de la buena disposición que, en términos generales, tuvieron los estudiantes en su participación en las actividades y en responder a las hojas de trabajo, aunque fue notorio que este tipo de experiencia choca con aquellas a las que los

estudiantes están acostumbrados. Como se esperaba el contexto de las actividades captó su interés (Fig. 5), los términos y conceptos estadísticos no hacen una aparición espontánea, sino que surgen paulatina y lentamente, particularmente los asociados con la medición de la variabilidad, salvo el rango, lo que hace patente la necesidad de una mayor intervención del profesor para apoyar su emergencia mediante el replanteamiento de preguntas o de introducir nueva información.

La atención especial que se puso desde el diseño al tratamiento de representaciones de la variabilidad en diferentes registros parece apropiada, aunque se ha enfatizado el uso de representaciones gráficas, sobre todo al iniciar los acercamientos a la variabilidad, cuyo impacto favorable se muestra en las respuestas de los estudiantes (Fig. 6 y7).

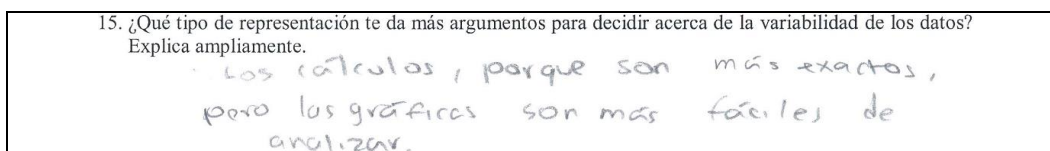


Figura 6: Respuesta de un estudiante a punto 15 de la actividad 1.

Además, diversas representaciones gráficas suelen ser utilizadas conforme el nivel de concepción de la variabilidad esté presente, donde es más frecuente la forma de puntos y líneas a través del tiempo (respuesta a la izquierda en Fig. 7) que en la de puntos superpuestos (respuesta a la derecha en Fig. 7).

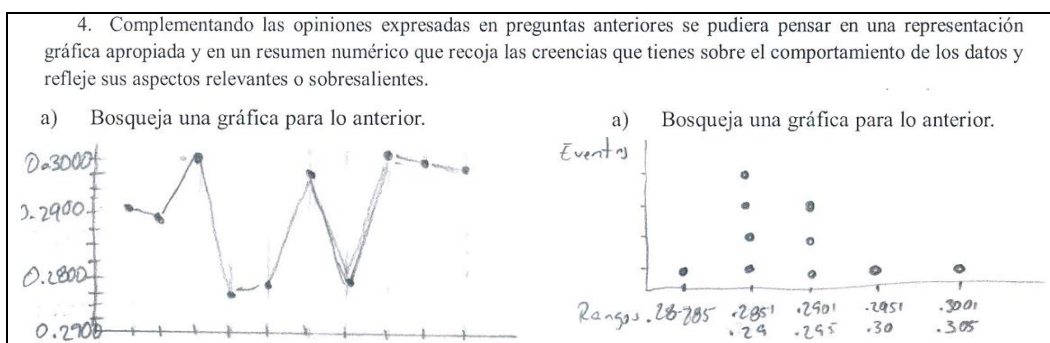


Figura 7: Respuestas de dos estudiantes a punto 4 de la actividad 2.

De hecho, sus argumentaciones gráficas muestran (Fig. 7) que la percepción de los estudiantes acerca del concepto de la variabilidad evoluciona al avanzar en la secuencia didáctica. Hacia el final de la misma se observa en los estudiantes un proceso de transnumeración (Wild y Pfannkuch, 1999), como se percibe en Fig. 8 y 9, que marca la emergencia del concepto de variabilidad estadística.

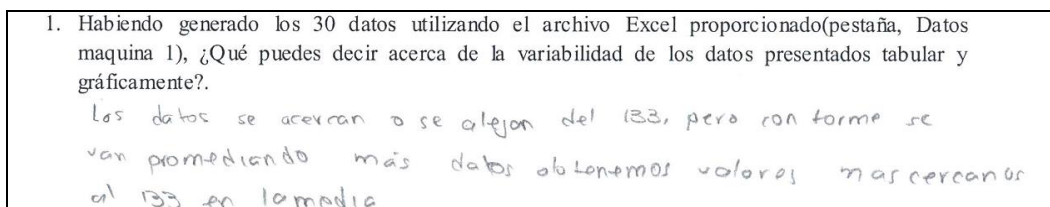


Figura 8: Respuestas de dos estudiantes a punto 8 de la actividad 2.

En lo anterior se considera crucial el uso de la tecnología al generar opciones para visualizar un concepto fundamental a la vez que complejo, sin una carga cognitiva de peso para tal uso.

10. ¿A qué conclusiones puedes llegar acerca de la variabilidad de los datos presentados?

la variabilidad siempre estará presente,
en unos casos es más notable que en
otros y entre menos varía mayor calidad
tendría el producto

Figura 9: Respuestas de dos estudiantes a punto 8 de la actividad 2.

Los objetivos planteados no han sido del todo alcanzados pero por las respuestas obtenidas, como las mostradas en las figuras anteriores, nos parece que el uso de la secuencia didáctica al inicio de un curso de Probabilidad y Estadística en carreras de Ingeniería, ha sido muy útil para ubicar al estudiante en el tipo de problemas que se abordan con herramientas estadísticas, así como para la revisión de estas. Particularmente ha impulsado a los estudiantes a hacer lecturas, no sólo de la variabilidad estadística, sino también de otros elementos presentes en las actividades y en las situaciones que les dan lugar. Más aún, los estudiantes llegan a percibir algunos de los aspectos pretendidos de la variabilidad como que, para su descripción, resultan necesarias medidas como la media o el rango, pero también la forma de la distribución de los datos.

Referencias bibliográficas

- Chance, B. (2002). Components of statistical thinking and implications for instructions and assessment. *Journal of Statistics Education*. Volume 10(3). Recuperado del sitio: <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html>
- Del Hierro, P. E., Torres, A. G. (2004). *Fundamentos curriculares*. Cd. Obregón, Sonora, México: Instituto Tecnológico de Sonora.
- Garfield, J., Aliaga, M., Cobb, G., Cuff, C., Gould, R., Lock, R., Moore, T., Roosman, A., Stephenson, B., Utts, J., Velleman, P., Witmer, J.; (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) College report*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Recuperado del sitio: <http://www.amstat.org/education/gaise/GAISECollege.pdf>
- Garfield, J., and Ben-Zvi, D. (2008), *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. Dordrecht, The Netherlands: Springer Publishing.
- Reading, C., Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. In Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 201–226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Shaughnessy, J. M. (2008) What Do We Know Student's Thinking and Reasoning about Variability in Data? *NCTM Research Brief*. Recuperado del sitio: <http://www.nctm.org/news/content.aspx?id=15521>
- UNISON (2003) Lineamientos generales para un modelo curricular de la Universidad de Sonora. *Gaceta*, febrero de 2003. Hermosillo Sonora México: Universidad de Sonora.
- Wild, C., Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248.

Apéndice: Resumen de las actividades didácticas

Nombres	Contexto	Características	Objetivo
<p>Actividad 1. <i>Amplitud de brazos y estaturas</i></p>	<p>Abordar validez de una de las afirmaciones de L. Da Vinci en el “Hombre del Vitrubio”: La longitud de los brazos extendidos de un hombre es igual a la su altura.</p>	<p>El cuestionamiento del cumplimiento de la afirmación de Da Vinci se espera lleve a la necesidad de contar con datos, obtener datos de estudiantes del grupo y abordar su análisis. Con apoyo de Excel se recapitulan las ideas generadas por medio de analizar muestras de una base de datos de un estudio en otra universidad. Es un primer acercamiento a la apreciación de la variabilidad que parte de las preconcepciones de los estudiantes desde un plano intuitivo.</p>	<p>Los estudiantes descubran la necesidad de tener datos para resolver la situación planteada, perciban la variabilidad de los datos, la manipulen en diferentes formas, intenten encontrar patrones o regularidades y traten de explicarla para obtener conclusiones</p>
<p>Actividad 2. <i>La medida del tornillo</i></p>	<p>Indagar sobre las fluctuaciones del espesor de un tornillo con especificación en diámetro de 5/16 pulgadas.</p>	<p>Aunque se propone tomar medidas de un tornillo real lo central es conjeturar sobre medidas que se pueden obtener así como sobre características de su distribución para pasar luego al análisis prediseñado en una hoja Excel de un conjunto de datos de mediciones obtenidas por el profesor. Se sigue en ella el acercamiento a la apreciación de la variabilidad pero adentrándose más en un plano formal.</p>	<p>Los estudiantes analicen la variabilidad de la medida obtenida de una de las características de un objeto, argumentando de forma intuitiva sus principales observaciones, busquen identificar las posibles causas que la generan y las posibles soluciones para minimizarla o controlarla, como también razonen acerca de la forma de la distribución obtenida con los datos recabados</p>
<p>Actividad 3. <i>El volumen de un recipiente</i></p>	<p>Estudiar la variabilidad en el volumen de un recipiente diseñado para un volumen de 133 ml o 4 Oz.</p>	<p>No se tienen datos reales sino que son simulados por medio de una hoja Excel, que además de presentarlos los resume tabular, gráfica y numéricamente para su análisis. Se trata de sistematizar la apreciación de la variabilidad recapitulando las concepciones elaboradas</p>	<p>Los estudiantes puedan argumentar sobre las diferentes formas de representar la variabilidad y puedan decidir el tipo de resumen que mejor les permite evaluar la variabilidad en una muestra de datos.</p>