

1 Clasificación frecuentista: propuesta didáctica

Gerardo Gutiérrez Flores, Irma Nancy Larios Rodríguez, Enrique Hugues Galindo

Gerardo@gauss.mat.uson.mx, nancy@gauss.mat.uson.mx, ehugues@gauss.mat.uson.mx

Universidad de Sonora, México

Resumen

En este trabajo se propone un tratamiento didáctico sistemático del comportamiento de las Distribuciones de Frecuencias, de acuerdo a la forma en que se ubican las mayorías relativas, así como una estrategia de cómo esto puede llevarse a cabo, en la parte descriptiva de cursos de Estadística. La propuesta es a través de una secuencia de actividades didácticas cuyo propósito principal es que los alumnos analicen el comportamiento de una variable estadística cuantitativa, tal y como se haría con el uso de los momentos de una distribución y sus indicadores (sesgo y curtosis). El análisis se basa en la comparación de las cardinalidades de los elementos de una clasificación de los valores de los datos y, esa clasificación, se realiza en base a una partición del rango de esos valores, en intervalos de la misma longitud. Algunas de las tareas que se abordan pretenden dar respuesta a los siguientes cuestionamientos ¿Bajo qué circunstancias es más común encontrar valores pequeños que grandes? o bien ¿Son más abundantes los valores medianos que los valores extremos?

El eje alrededor del cual se desarrolla la secuencia de actividades didácticas es la posibilidad de que los estudiantes vayan incorporando y articulando cada vez más características del conjunto de datos, como un todo, y consta de una serie de actividades de aprendizaje, las cuales se desarrollan alrededor de la resolución de problemas por parte de los estudiantes y que quedan caracterizadas por sus respectivos objetivos que exponemos a continuación: Implementar diferentes criterios para decidir cuál es el más adecuado para elaborar la partición en base a la cual se realizará la clasificación. Implementación de la clasificación en los diferentes tipos de registros de representación. Usar las principales características de la clasificación implementada para describir con sus propias palabras el comportamiento de una variable estadística. Identificar las ventajas y limitaciones de este procedimiento para comparar el comportamiento de una distribución cualquiera con el de una Normal.

La estrategia didáctica que se sigue se basa en los aspectos principales siguientes: 1) La detección de las dificultades que impiden que los estudiantes avancen en la resolución de los problemas más generales; a través del planteamiento de problemas estratégicos que son clásicos en la literatura. 2) El replanteamiento de esos mismos problemas de tal manera que los estudiantes logren la superación de dificultades o que avancen en su resolución. 3) Implementación de diferentes dinámicas de interacción de los participantes, en las actividades. 4) Incorporación del uso recursos computacionales para ayudar a crear los ambientes adecuados para la articulación de los aspectos involucrados en el desarrollo de las actividades de aprendizaje.

Palabra clave: Clasificación frecuentista, actividad didáctica, idoneidades didácticas.

1. Introducción

Esta propuesta se ubica en una línea de trabajo que se ha venido desarrollando por un grupo de trabajo, en el Departamento de Matemáticas, cuyo propósito es producir materiales de apoyo en las actividades didácticas, para cursos de Probabilidad y Estadística que se imparten en la Universidad de Sonora. Particularmente, en lo que se refiere a la producción de software educativo, se promueve y desarrolla el uso de la Hoja Electrónica Excel (HE) y del Sistema de Cómputo Simbólico (CAS). Entre los principales propósitos del trabajo están: El de crear situaciones didácticas que ayuden a que los estudiantes logren comprensiones significativas acerca de los conceptos estadísticos fundamentales, situaciones que son muy difíciles de desarrollar sólo con lápiz y papel. Así como, sustituir tareas rutinarias por el manejo de este tipo de dispositivos para que los estudiantes se centren en las principales ideas que significan los conceptos mencionados y en la articulación de los mismos en los métodos de la estadística.

El haber participado en el seguimiento de cursos de Probabilidad y Estadística, junto con profesores que los imparten, realizando estudios para evaluar la relativa importancia que se le presta a la Clasificación, como un paso o etapa del método estadístico, tanto en la planificación de esos cursos como en su implementación. Y haciendo propuestas didácticas para el tratamiento de contenidos disciplinares íntimamente relacionados, es lo que principalmente nos motiva a iniciar un estudio sobre un posible tratamiento didáctico de la Clasificación Estadística.

A diferencia de la clasificación para detectar aglutinamientos (dispersiones) que suele abordarse explícitamente, tanto didácticamente como disciplinalmente, la clasificación que abordamos está siempre presente pero de manera transparente y aparentemente no es necesario hacer un tratamiento sistemático de la misma; Aunque siempre están presentes en situaciones que son abordadas estadísticamente, donde la tarea es determinar qué hay más valores menores o mayores a un referencial. No dudamos que los tópicos involucrados son considerados demasiados simples o quizá obvios pero, al menos, en lo que a didáctica se refiere no parece haber un tema simple ni mucho menos obvio. Así, el problema que se plantea es, por un lado, clarificar que significa y porque es necesario considerar una Clasificación Frecuentista, así como plantear un tratamiento didáctico de ese tópico.

Consideraciones teóricas

Para efectos de presentar la propuesta, en la sección siguiente se describen las condiciones mínimas necesarias para describirla y analizarla a la luz del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática (EOS)(Godino, Bantanero & Font, 2009), entre otras cosas estos elementos nos permiten caracterizar más sistemáticamente los contenidos disciplinares involucrados, elaborar los argumentos que permitan justificar la propuesta y establecer criterios que permitan evaluarla. Se recurre a el último nivel de análisis didáctico en el EOS, esto es, los criterios de idoneidad didácticas (Godino, Bencomo y Wilhelmi, 2007), para realizar una evaluación de la propuesta.

El EOS es una teoría explicativa del conocimiento y la instrucción matemática, que en sus elaboraciones toma en cuenta la génesis del conocimiento matemático tanto desde una perspectiva institucional: ámbito social donde se genera el conocimiento a partir de atacar problemas mediante acciones y prácticas socialmente compartidas; como desde una perspectiva personal: lo que el individuo puede decir, hacer y/o plasmar de los objetos matemáticos puestos en juego al momento de resolver algún problema o situación que se le presente. En dicho enfoque resalta la concepción de la matemática general como actividad de resolución de problemas, actividad que se comparte socialmente y para la que se construye un sistema conceptual lógicamente organizado. Actividad en la que resultan clave la noción de práctica matemática, constituidas por toda actuación o expresión (ya sea gestual, gráfica, verbal, escrita mediante elementos denominados primarios) que alguien (persona o

institución) realiza para resolver un problema, comunicar su solución, validarla o inclusive generalizarla a otros contextos.

Las idoneidades didácticas es una herramienta que permite valorar un proceso de instrucción (textos, secuencias didácticas, episodio de clase, etc.) diseñado o implementado y se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes:

1. Idoneidad epistémica: se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia. Para la propuesta se tiene lo siguiente:
2. Idoneidad cognitiva: expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados. En lo relacionados a los aprendizajes se maneja explícitamente en la sección cuatro.
3. Idoneidad afectiva: grado de implicación (interés, motivación, etc.) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.
4. Idoneidad mediacional: grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.
5. Idoneidad ecológica: grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.
6. Idoneidad interaccional: un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

Estrategia didáctica

Cuando se analiza una distribución normal, quizá la primera idea que se aborda es la simetría lo cual está íntimamente relacionado con que el número de valores menores y mayores, que la media (mediana), es el mismo. Si en una distribución no hay simetría ¿qué concluimos? ¿Que los valores menores (mayores) están más aglutinados que los mayores (menores)? Por supuesto que hay que considerar, también, la cantidad de datos que están más aglutinados o

bien que también hay que considerar que hay una diferencia entre la cantidad de datos mayores y menores. Generalmente se realiza toda una serie de consideraciones tanto disciplinares como didácticas acerca de la clasificación por percentiles pero ninguna para la ubicación de mayorías.

Consideraciones como las anteriores se pueden hacer para diferentes tópicos de estadística y se concluye que está presente el problema de ubicar mayorías relativas, en el análisis del comportamiento de una variable estadística. Así, los problemas que se abordan en este trabajo, son aquellos donde se trata de comparar las cardinalidades de ciertas clases de datos (cuantitativos), de una distribución o bien ciertos conjuntos de elementos de la población que fueron clasificados de acuerdo a los valores (números reales) de la característica que se está observando.

¿Qué técnicas o procedimientos son las que se ponen en juego para resolver ese tipo de problemas?, por supuesto que el rango (recorrido) de los valores está involucrado y se puede considerar a los elementos de una clasificación como subconjuntos del rango. Independientemente de la clasificación de que se trate, esta se realiza de forma sistemática si se hace a partir de una partición del rango, en intervalos de la misma longitud. Por ejemplo, Si la partición consta de cuatro intervalos exhaustivos y mutuamente exclusivos, se puede hablar de valores mayores y valores menores, y ambos conjuntos tienen la misma longitud, también se puede hablar de valores medianos y valores extremos y también tienen la misma medida. Aunque una clasificación no se haga a partir de una partición de este tipo, al menos se debería tomar en cuenta; pues como los mismos estudiantes dicen “si no miden lo mismo las posibilidades de que un conjunto mayor tenga más elementos son mayores que un conjunto menor tenga una mayoría”. Por lo tanto, el procedimiento para dividir un intervalo en subintervalos de la misma magnitud está involucrado; Así como también combinar a estos subintervalos para obtener otras clases.

¿En qué representaciones se deben implementar estos procedimientos? Pues parece que en todas, pues en estadística los registros de representación son de los más variados, incluyendo las clásicas como la numérica, la numérica tabular, la gráfica, diagramas, etc. y por supuesto el lenguaje coloquial. Así que, los tratamientos para implementar los procedimientos antes

descritos son de lo más variado porque depende del tipo de registro de representación de que se trate o, más bien, del tipo que sea más conveniente de acuerdo a la técnica o procedimiento a implementar. En la sección cuatro se exponen algunas de las principales dificultades que representa el realizar los tratamientos en las diferentes representaciones.

Adicionalmente hay que considerar las características y propiedades que se usan en la resolución de los problemas. Por ejemplo: bajo qué circunstancias una combinación de particiones genera clases de la misma medida. Qué condiciones se tienen que cumplir para que de una partición de intervalos se consideren los intervalos cerrados, para que no afecte la resolución del problema. Si a lo anterior agregamos ideas como “en estadística no centramos en el conjunto de datos, como un todo, sin consideraciones para los valores aislados”, lo cual implica, por sí mismo, un cambio en la mentalidad de los estudiantes.

Las relaciones y argumentaciones son parte fundamental de la estrategia de la propuesta didáctica, aunque en el caso de estas últimas se use como referencia los procedimientos implementados.

Estos elementos constitutivos del significado, que se acaba de describir, es lo que determina lo significativo, o lo complejo que significa, un objeto matemático. No sabemos si es mejor hacer tratamientos didácticos complejos o tratamientos didácticos sencillos, como es centrarse sólo en los procedimientos; lo que sí sabemos es que con esta última opción no estamos logrando los objetivos y propósitos que nos proponemos y estos elementos constitutivos nos previenen de hacer juicios superficiales de la complejidad de los objetos estadísticos, es decir, hacen ver a este tipo de clasificaciones como un complejo que va a representar una gran cantidad de dificultades para los estudiantes.

Así, las comprensiones de los estudiantes acerca de esta clasificación son la forma en que se combinan esos elementos de significado cuando se aborda un problema y la cuestión no es si se comprende o no, sino que tan significativa o compleja es esa comprensión. Si a esa idea se agrega que por su naturaleza los objetos estadísticos por sí mismo representan dificultades para su aprendizaje, es necesaria toda una estrategia para que los estudiantes superen esas dificultades.

La expectativa es que los estudiantes logren comprensiones que los ayuden a avanzar en la resolución de los problemas y realicen las tareas que evidencien lo significativo de sus comprensiones. Es decir, se espera a abonar a la superación de las dificultades, a partir de la forma en que estas se reflejan en la conducta de los estudiantes. Es por eso que estrategia que se propone se basa en:

- En que sean los estudiantes los que resuelvan los problemas (no necesariamente nos estamos refiriendo a ejercicios).
- Detectar las dificultades para la comprensión y la forma en que se refleja, al impedir el avance en la resolución de un problema por parte de los estudiantes.
- Implementar diferentes dinámicas en las interacciones de los que participan: Plenaria profesor-Grupo de estudiantes. Equipo estudiantes-estudiantes. Equipo-Profesor. Partiendo de que las tareas que los estudiantes realizan con las fuentes de información.
- Cambiar o replantear los problemas originales.
- Ir articulando, en una red cada vez más compleja, las características de los conjuntos de datos como un todo.
- Usar los recursos computacionales para sustituir procedimientos rutinarios y crear ambientes de aprendizaje.
- No realizar consideraciones acerca de los objetos matemáticos o estadísticos por sí mismos, sólo se considera su uso en la resolución de problemas. Por supuesto que esas consideraciones, donde esos objetos son el centro del estudio, deben realizarse en algún momento.

El profesor raras veces es fuente información de cómo resolver el problema, pero es quien decide qué problema, cuándo y cómo plantearlo, replantearlo o cambiarlo. No sanciona la pertinencia de las soluciones emitidas por los estudiantes, ni la forma en que puede ser resuelto, sin embargo señala que aspectos no consideraron o como pueden proceder de acuerdo a las ideas que tenga de la situación planteada.

2. Descripción la secuencia de actividades didácticas

La propuesta didáctica cuenta con una secuencia de cuatro actividades didácticas, en este apartado se describe su implementación en el curso de Estadística I del área Económico Administrativo de la Universidad de Sonora.

Actividad didáctica 1. Esta actividad se inserta en el curso en el momento en que los estudiantes tratan de usar los conjuntos de datos que arrojan ciertos estudios estadísticos en los que participan o que les son mostrados, al principio de los cursos a nuestro cargo. Así, en primera instancia, a los estudiantes se les plantea la secuencia como un espacio para tratar de resolver el problema planteado en esos estudios; donde la dificultad principal para la realización de la tarea es la variabilidad en los valores de los datos observados. Para efectos de esta presentación recurrimos al contexto de las estaturas de los mexicanos (los otros contextos aparecen en los archivos Excel respectivos).

A los alumnos se les informa que en esta parte del curso pasaremos a ocuparnos en diversas formas de estudiar esa variabilidad y para tal efecto analizaremos problemas como el siguiente, el cual debe ser resuelto de manera individual:

Problema 1.1. A continuación se muestran los principales elementos de un estudio estadístico: La población bajo estudio la constituyen los *mexicanos*. La característica bajo estudio es la *altura*. A continuación, se enlistan los resultados de las 30 observaciones que se hicieron *¿Qué hay más mexicanos con poca o con mucha altura?* (Archivo de Excel. Gen1).

En los archivos Excel cuyo nombre empieza con “*Gen*” se plantean problemas de acuerdo a su uso en la secuencia, pues se diferencian según la tarea realizar, de acuerdo al planteamiento. En cada uno de ellos, de acuerdo a la estrategia didáctica, puede variar el contexto del problema, el número de observaciones o la diversificación de los valores de los datos. Por ejemplo, en el archivo *Gen1* se diferencia del resto en sólo cambia el contexto, el número de observaciones y la diversificación no varían.

Sin duda la principal dificultad que se observa para resolver el problema es la idea que no se puede proponer o inventar procedimientos para resolver los problemas, por lo que los instructores tiene que animarlos para que lo hagan. Superada esta situación, los estudiantes

proponen soluciones al Problema 1.1 y a continuación les son expuestas al resto de sus compañeros de clase, en plenaria; el profesor participa haciendo explícita o clarificando algunas de las características de los criterios o procedimientos expuestos. Los criterios y procedimientos expuestos para definir *mexicanos* con poca o *mexicanos* con mucha *altura* se resumen de la manera siguiente:

- Criterio Subjetivo, las personas usan expresiones tales como: Las personas que son de poca estatura son las que miden 145 cm. o menos. Las personas con poca estatura son las que tienen menos estatura que yo y mido 172 cm. o menos. Etc.
- Uso de Estándares, ejemplo: Las mujeres que su altura es menor a 165 son las de poca estatura y los hombres que miden menos de 170 son los de poca estatura: como en el ejército
- Usan las medidas de centralización como referencia para decidir las dos clases de mexicanos de acuerdo a la altura

En forma resumida esos son los términos en que suelen responder los estudiantes, aunque hay que aclarar que, por ejemplo, la mitad del recorrido y la mediana no siempre la usan, por lo que el profesor las propone, y en el caso de la mediana la usan para a partir de ella decidir qué valor tomar como referencia o simplemente la usan sin darse cuenta que las dos clases generadas pueden tener el mismo número de elementos.

A continuación se plantea la resolución en equipo del problema 1.2.

Problema 1.2. Inicia resolviendo, por de algún o algunos de los estudiantes el Problema 1.1, con cada uno de los criterios expuestos anteriormente.

En la exposición y discusión, en sesión plenaria, de las soluciones obtenidas el profesor introduce la notación para los intervalos que significan las clases obtenidas, tanto numérica como geoméricamente, haciendo especial énfasis en el uso de intervalos abiertos y cerrados para que la clasificación coincida con una partición del recorrido (rango) de los valores de los datos.

La discusión antes mencionada es para asegurarse que la gran mayoría de los estudiantes puedan implementar los procedimientos basados en la media, la moda, la mitad del recorrido

y un criterio subjetivo, este último basado en su experiencia de acuerdo al contexto. Un ejemplo de que la comprensión es muy limitada lo representa el hecho de que la mayoría de los estudiantes no puede explicarse porque los valores de las medidas de centralización son diferentes o tan diferentes. Después, el profesor enuncia el objetivo de las acciones que se han estado realizando, que es el que corresponde a esta primera actividad de aprendizaje.

El problema que se les plantea a continuación es para ser resuelto, en primera instancia, en equipo en el salón de clase, dado los antecedentes con que contamos sobre las restricciones de los estudiantes para abordar este problema, para después dejarlo de tarea (para llevar a casa)

Problema 1.3. Resolver el Problema 1.1 pero considerando que la tarea es responder ¿Qué hay más *mexicanos* con poca *estatura*, *mexicanos* con *estatura* mediana o con mucha *estatura*?

En la sesión de trabajo siguiente, en plenaria, se discute sobre la posibilidad de realizar la tarea para las medidas de centralización, ya que excepcionalmente se resuelve esa tarea con esos criterios; los criterio subjetivos no parecen representar problemas y el uso de estándares se volvió un criterio subjetivo; nadie pudo explicar la fuente de esos criterios, que no fuera de oídas. Dos aclaraciones se le hacen a los estudiantes: Primero, rara vez sucederá que vuelva aparecer una tarea donde la mayoría no pueda resolverla. Después, que el centro de las actividades que hemos venido realizando es la clasificación de los elementos de la población de acuerdo a la estatura. Queda de tarea, para llevar a casa, el problema 1.4.

Problema 1.4. De nuevo resolver el Problema 1.1 pero realizando la tarea con cuatro clases. (Ver el archivo de Excel Gen2). En la sesión de trabajo siguiente, en sesión plenaria, se orienta la discusión acerca de las ventajas y desventajas de cada uno de los criterios, solicitándoles a los alumnos que argumenten en términos de las tareas realizadas. Lo cual se centra en que el más adecuado es el uso de estándares y de la media aritmética, ya que es lo que más se usa. Otros criterios son difíciles de entender o que a veces no se pueden usar (por ejemplo el de la moda y el criterio subjetivo). El señalamiento del profesor de las ventajas que representa el partir el recorrido, en subintervalos de la misma longitud, suele parecer muy convincente; los argumentos son en el sentido de: como los intervalos son de la misma longitud, todos tienen la misma posibilidad de tener más o menos elementos. Esa la idea que suele prevalecer.

Para ilustrar las respuestas de los estudiantes para el caso de las medidas de centralización, recurriremos a describir su procedimiento usando la moda: Primero, obtiene la moda del conjunto de valores dado, que será uno de los referentes para partir el recorrido. Después, obtienen, por un lado, la moda (otro de los referentes) de los valores que son menores que la moda que encontraron primero. Y, por otro lado, obtienen la moda (el otro de los referentes) de los valores mayores que la primera moda encontrada.

Actividad didáctica 2. No es extraño observar que las principales dificultades de los estudiantes están relacionadas con la posibilidad de “inventar” o “tomar iniciativas” acerca de criterios y procedimientos para resolver un problema, lo cual se estará presentando, aunque cada vez menos frecuentemente, durante el curso. Salvo el caso de realizar una partición del recorrido en intervalos de la misma longitud, los procedimientos para calcular medidas de centralización no parecen presentar dificultades. Aunque las ideas erróneas acerca de estas medidas de centralización van a ser difícil de ser superadas, como la que se mencionó anteriormente. Y esto último puede ser la fuente de dificultades para poder implementarlas; excepto quizá la media aritmética pues, como algunos de ellos opinan, “es lo que se hace en estadística”.

A los estudiantes se les avisa que nos centraremos en la clasificación que se basa en una partición del recorrido en subintervalos de la misma longitud. También en plenaria se le dan indicaciones acerca del uso de la notación numérica usando intervalos, que el profesor ha venido usando, sobre todo, indicándoles que la abertura o cerradura de los intervalos depende del criterio personal pero que se hace con un objetivo específico, el que iremos abordando en lo sucesivo.

A continuación los estudiantes, en plenaria conducida por el profesor, son instruidos en la implementación de un Diagrama de Cajas para representar una clasificación, usando clases congruentes: Cada clase es representada por un rectángulo (caja). La base de cada rectángulo coincide con un intervalo, en la recta real, que representa a la misma clase. La altura de cada rectángulo representa el número de elementos de clase representada (ver Figura 1). Para efecto de responder dudas de los estudiantes, hacer aclaraciones y evaluar sus comprensiones, el instructor plantea

Problema 2.1 ¿Cuál de los diagramas de la Figura 1 representa más adecuadamente el comportamiento de una variable?

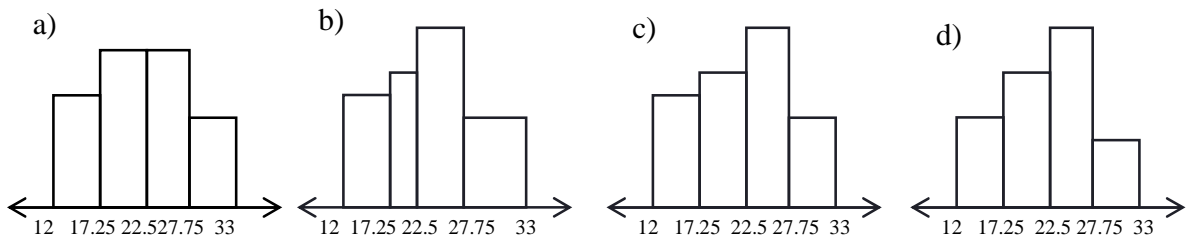


Figura 1

El profesor guía la discusión que se hace sobre las respuestas que se emiten. La discusión se centra en asignar cantidades de elementos a las clases para ilustrar que la respuesta es errónea y, el profesor, le pide a cada estudiante que elabore un diagrama de acuerdo a la cardinalidad de cada una de las clases que se emite con cada uno de los argumentos. El no considerar cuantas veces es mayor la altura de una caja con respecto a la altura de otra, es la principal dificultad para resolver adecuadamente el problema; en el mejor de los casos, sólo se consideran las diferencias entre esas alturas. Para efectos de no cometer errores en la elaboración del diagrama, se propone usar porcentajes en lugar de valores absolutos, pero esto conlleva a otras dificultades, que se abordarán posteriormente. La tarea para resolver en casa es el problema 2.2.

Problema 2.2. Realizar una partición, usando cuatro clases congruentes, de los elementos de la población que se señala, de acuerdo a la característica que se señala y de acuerdo a cada uno de los contextos que aparecen en el archivo Excel Gen3; representar a los elementos de esa partición: Usando la notación numérica para intervalos, usando los diagramas de caja y con sus propias palabras.

La reunión de trabajo siguiente se discuten las respuestas de la tarea, lo cual se centra en los valores relativos de las alturas de las cajas, de nuevo, y en la descripción usando el lenguaje coloquial. Por ser una parte esencial de esta secuencia y representar una dificultad importante, entraremos un poco más en detalles, mostrando los planteamientos que se les hacen a los estudiantes en base a los diagramas de la Figura 2. Se supone que los diagramas a) y b) son

iguales, cuando los estudiantes afirman que hay más valores mayores que menores se les pregunta cuál elemento de la partición que tiene más elementos contestan que la clase de los valores mayores. Se les pregunta que la clase que representa la caja sombreada del b) es el elemento de la partición que tiene más elementos, suelen responder que sí. Entonces se les pregunta si es la clase de los valores mayores, las respuestas van en varios sentidos, una buena parte responde que sí.

A los estudiantes se les indica que si esa es la clase de los valores mayores, entonces el resto de los elementos del diagrama representan los valores menores. Además se les pregunta si los valores mayores están representados por las cajas sombreadas del diagrama a). Aunque algunos estudiantes cambian de opinión, otros no parecen tener clara la situación planteada. La dificultad de los estudiantes con el uso de los cuantificadores en el lenguaje cotidiano es difícil de superar, lo cual se evidencia cuando se hace el mismo tratamiento pero comparando valores medianos contra valores extremos (ver c) y d) de la Fig. 2, pues los mismos errores que se presentaron anteriormente se vuelven a presentar.

El profesor indica a la plenaria que una forma de describir en el lenguaje coloquial un conjunto de datos es la siguiente:

1. Los valores mayores (menores) son más que los menores (mayores) o es la misma cantidad
2. Los valores mediano (extremos) son más que los extremos (medianos) o es la misma cantidad
3. En orden de mayor a menor número de elementos los elementos de la partición son . . .

Todo esto, por supuesto, en términos del contexto de la situación planteada en el problema. Y la tarea para llevar a casa es retomar la tarea en lo que a la descripción en el lenguaje se refiere, usando la forma antes expuesta.

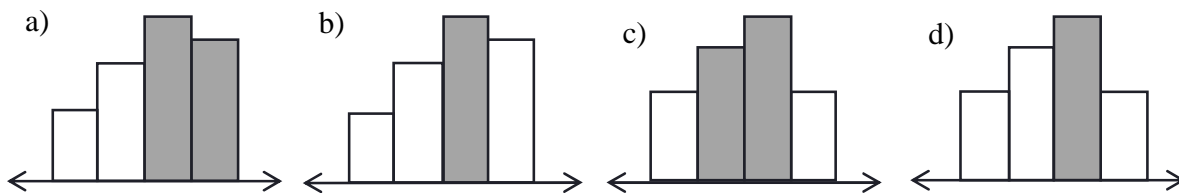


Figura 2

Actividad didáctica 3. Un detalle del que nos percatamos, no necesariamente en esta parte del desarrollo de la secuencia, es que la idea de escoger este criterio de “particionar” el recorrido es que las clases que se comparan deben ser de la misma longitud, no logra ser mantenido por algunos estudiantes; y no está por demás que el maestro lo recuerde oportunamente. Algo similar sucede es con tener que concluir que la diferencia en las cardinalidades no es significativa. Esta actividad se inicia con el planteamiento siguiente:

Problema 3.1. Una partición del conjunto de 45 casas, en las que se observa el número de focos, se muestra en el diagrama c) de la Fig. 2 ¿Cuál es el número de focos de cada una de esas casas? (Archivo de Excel Gen5).

El número de estudiantes que no muestran mucha disposición a inventar o tomar iniciativas es menor y sobre todo la resistencia a cambiar esa predisposición es mucho menor. Además de que, como se puede observar, tratamos de centrar las problemáticas planteadas en términos de números enteros, para evadir otros tipos de dificultades presentes que abordaremos más adelante. Sin embargo, la cantidad de estudiantes que manifiestan, de alguna manera, que no pueden avanzar en la resolución del problema o que sus respuestas no son pertinentes de acuerdo al planteamiento hacen necesaria el replanteamiento siguiente, para ser resuelto en equipos:

Problema 3.1.1. Cada uno de los diagramas a) y, c) de la Figura 2, representan respectivamente la partición de un conjunto de 30 casa en las ciudades de Nogales, Navjoa. Para cada ciudad, diga el número de focos en cada una de las casas.

En caso de ser necesario se hace el replanteamiento siguiente, al Problema 2.1:

Problemas 3.1.2. Una partición del conjunto de 45 casas, donde se observa el número de focos, se muestra a continuación: [12, 17.25], [17.25, 22.5], [22.5, 27.75], [27.75, 33] donde el número de casas de cada clase es 6, 9, 12 y 8 ¿Cuál es el número de focos de cada una de esas casas? (Ver Archivo de Excel Gen4).

Algunas conclusiones importantes surgen de estas tareas son las siguientes: La percepción de las figuras parece estar muy relacionada tanto con la capacidad de dibujarlas como con la capacidad de observar sus frecuencias relativas. En el sentido contrario, al tratar de elaborar un diagrama a partir de representaciones numéricas, sólo parece importar las diferencias entre estas frecuencias. El contexto se antepone a la evidencia en las representaciones, ya que, para un buen número de estudiantes, consideran incorrectas respuestas de acuerdo al número de focos, por ejemplo las pueden considerar poco realistas, cuando el mínimo es 3 o un mínimo de 60 focos. De manera natural surge el uso de las tablas de frecuencia por parte de los estudiantes, como un ahorro en la escritura, por lo que consideramos conveniente abrir un espacio para clarificar su contenido y alentar su uso; aunque hay que hacer un tratamiento explícito, paralelo a esta secuencia, de ese tipo de representación, dadas las dificultades que surgen en su uso; en tanto, nosotros las usaremos con las reservas del caso.

A los estudiantes se les hace saber el objetivo de esta actividad y el profesor explica las tareas a realizar, las que básicamente consisten en resolver problemas que se plantean en los archivos Gen4 y Gen5; para efectos de corroborar sus respuestas se les proporciona el archivo Excel Lector1.

Es realmente impresionante el efecto que tiene la diversidad de planteamientos que realizamos y la forma en que se manifiestan las dificultades. A manera de ilustración veamos el caso de las tablas de frecuencia: Se les indica que la primera columna (renglón) de la tabla es para la característica que se está observando y la otra columna (renglón) para el número de elementos de la población. Para los estudiantes eso pareciera no estar claro e invierten el papel de las columnas (renglones) como si ignoraran el uso de la tabla y efectivamente se comete un error pero la dificultad no está en el uso de la tabla sino en la comprensión del Estudio Estadístico del que se trate; si esto sucede con estudiantes que si abordan ese tipo de estudios que se podría esperar de los que no ¿Cuál es la comprensión de los estudiantes? Parece ser que los

cálculos rutinarios de medidas es lo importante y lo demás es “rollo”, no tiene importancia y, por lo tanto, no se le tiene que poner tanta atención.

El enfrentar como maestro este tipo de dificultades (Dificultades Inducidas por la Escuela) frena más el desarrollo de un curso, que detenerse a profundizar en las dificultades propias del aprendizaje de la Estadística; por ejemplo que los estudiantes se apropien de una idea esencial en estadística “diferencias significativas” en lugar de la consabida “no se deben cometer errores de cálculo”.

Actividad didáctica 4. Aunque no como parte de la secuencia, los estudiantes han sido preparados en el uso de las tablas de frecuencia y las gráficas asociadas. Aprovechando esto a los estudiantes se les solicita como una actividad extra clase, el problema 4.1.

Problema 4.1. Usando un Hoja de Excel, construir una tabla de frecuencia cuya gráfica (Ya se de Barras o Histograma, etc.) tenga la forma de una campana.

La discusión de las soluciones a este problema se hace por equipos, en un centro de cómputo, para que de cada equipo surja una propuesta de solución, para ser discutidas también en plenaria, conducida por el profesor. Una de las soluciones extremas que se presenta es una gráfica cuya silueta es un triángulo y de varias propuestas sus siluetas parecen triángulos. Cuando se les pregunta si perciben la curvatura sus respuestas se parecen más a que “no le dieron importancia” o como si el ejercicio no tuviera importancia. Vuelve a quedar el mismo problema de tarea, pero se para tres figuras, que el maestro escoge sin mostrar el resto, tanto de la Hoja1 como de la Hoja2 del archivo Excel NormGraf.

Se retoma la discusión del problema de tarea, en plenaria, para proponer un conjunto de datos para cada una de las gráficas. Después, se les muestran otras tres figuras similares entre sí, excepto por la curtosis, para que elaboren una Diagrama de Cajas de la partición correspondiente (cuatro particiones). El replanteamiento es contrastar resultados en la Hoja3 de archivo NormGraf.

3. Evaluación de la propuesta

En este apartado se realiza una evaluación de la propuesta didáctica en términos en términos de las idoneidades establecidas en EOS.

1. Idoneidad epistémica

Situaciones Problema: Las situaciones que se plantean, son en primera instancia fáciles de evocar por los estudiantes y en segunda instancia están fuertemente relacionadas con el campo profesional de los estudiantes.

Lenguajes: Se recurren a diferentes sistemas de representación, sobre todo los más usados en Estadística; por su ubicación en el programa de la asignatura no es posible abordarlos más ampliamente.

Características y Propiedades: Por su ubicación en el programa de la asignatura (Programa de materia del curso de Estadística I) sólo es posible usarlos como herramientas, por lo que las características y propiedades están más referidas a las técnicas y procedimientos que se usan y las que surjan en las diferentes dinámicas de interacción.

Argumentos: Los argumentos que se promueven están relacionados a los procedimientos implementados y a los que surjan en las dinámicas de interacción.

Relaciones. La estrategia didáctica se centra en ir articulando relaciones cada vez más complejas entre las características de los objetos involucrados.

2. Idoneidad cognitiva: En la propuesta una de las dificultades principales es que los estudiantes tienen significados muy limitados de los objetos matemáticos y estadísticos involucrados, por lo que se tienen que hacer tratamientos explícitos al respecto o a través de los recursos computacionales crear espacios y ambientes para su reforzamiento; por ejemplo, partir el recorrido en subintervalos de la misma longitud se promueven diferentes dinámicas de interacción con el objetivo de incorporar a la mayor cantidad posible de estudiantes a las actividades.

3. Idoneidad afectiva: Para la propuesta se promueven una gran diversidad de actividades en que la gran mayoría de los estudiantes se puedan desenvolver, la trascendencia de errores o dificultades no va más allá de su propia reflexión en las interacciones con los que participan. Se empieza a tener consciencia de las dificultades en cuanto a que no permiten avanzar, salvo

raras excepciones, en la resolución de los problemas. Esa gran diversidad permite también que los estudiantes proyecten sus comprensiones y habilidades.

4. Idoneidad mediacional: Quedan ampliamente descritas en la sección anterior. Sólo agregaremos que el uso del Excel no sólo es para ver los problemas planteados sino para hacer los tratamientos en los mismos archivos, pero sin grabarlos.
5. Idoneidad ecológica: El tratamiento didáctico que se promueve trata de cumplir con la planificación didáctica donde se ubica curricularmente, inclusive se profundiza más en algunos aspectos que son trascendentes para el desarrollo de la asignatura misma; aunque esto pueda provocar ponderaciones de diferentes aspectos curriculares, no previstas en el programa de la asignatura. También el tratamiento didáctico es lo suficientemente flexible que se puede adaptar como un tratamiento paralelo a la planificación de la asignatura, pero se centra más en la reflexión que en desarrollar habilidades. No es clara la trascendencia de su impacto en la formación profesional y social. La planificación curricular no permite hacer una evaluación de la congruencia y pertinencia de la propuesta a partir de un corte longitudinal y trasversal del currículum.
6. Idoneidad interaccional: El desarrollo mismo de la secuencia didáctica está caracterizado por la posibilidad de que los estudiantes vayan articulando las características principales de un conjunto de datos como un todo.

4. Conclusiones

A manera de conclusiones, podemos establecer que sólo muy pocos estudiantes recurren a describir verbalmente una distribución como procedimiento para analizarla. Si se les pide que, antes de cualquier análisis, describan verbalmente el comportamiento de la distribución, la mayoría, realizan la tarea sin que aparentemente se presenten dificultades. La principal dificultad que se proyecta es que no contrastan los resultados, ni con el software disponible, sólo unos pocos le encuentran sentido a la tarea de contrastar. Cuando se socializan las actividades de contrastación una buena parte le encuentra sentido a los errores que ha cometido.

Todo lo anterior no muestra que las dificultades inducidas por la escuela son el principal factor que inhibe la resolución de problemas, inclusive considerando las dificultades propias de contenidos disciplinares; lo cual también evidencia que los contenidos temáticos no son tan

difíciles, a nivel operatorio. Realmente las dificultades asociadas a los contenidos es a nivel argumentativo, una prueba es que la gran mayoría no elabora ejemplos o contraejemplos de sus argumentaciones; ni siquiera a nivel operatorio.

En un primer ensayo de evaluación de la actividad tenemos que el nivel de los indicadores de la las idoneidades no era tan alto como esperábamos: Aparte de lo argumentativo, parece que los aspectos relacionales no lo son tanto y, en consecuencia, la estrategia debe hacer explícito los contenidos en juego y las dificultades asociadas.

Por supuesto que la observación externa del desarrollo de la actividad, así como la evaluación externa de los estudiantes, se hace indispensable. Como punto de partida para realizar los cambios pertinentes a esta planificación. En lo que se refiere a la necesidad de realizar tratamientos didácticos explícitos de estos contenidos, vemos que eso es más que evidente.

5. Referencias bibliográficas

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2007). *Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm[2012, Marzo 15]

Godino J.; Batanero, C.; Font, V. (2009). Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm [2013, Mayo 1]

Programa de la Materia: Estadística I. Licenciaturas de Contaduría y Administración Pública. Departamento de Contabilidad y Administración. División de Ciencias Económicas y Administrativas de la Universidad de Sonora. [URL:http://www.mat.uson.mx/sitio/docenciaDCEA](http://www.mat.uson.mx/sitio/docenciaDCEA)[2012, Febrero]