



Diplomado: “Problemas, Tecnología y Enseñanza de las
Matemáticas”

MÓDULO 1

Mayo-Agosto de 2015

Material del Participante. Diplomado “Problemas, Tecnología y Enseñanza de las matemáticas”, fue elaborado en mayo de 2015 por la Universidad de Sonora, bajo convenio de colaboración con la Universidad Tecnológica de Hermosillo.

Universidad de Sonora
Dr. Heriberto Grijalva Monteverde
Rector
Dr. Enrique Fernando Velázquez Contreras
Secretario General Académico

Universidad Tecnológica de Hermosillo
Ing. Juan Francisco Gim Nogales
Rector
Mtra. Guadalupe Marmolejo
Directora Académica

Maestro Sergio Hallack Sotomayor
Responsable institucional por UTH

Autores: Personal del Bufete de Asesoría en Educación Matemática de la Universidad de Sonora:

José Luis Soto Munguía
Silvia Elena Ibarra Olmos
Jorge Ávila Soria

Reservados todos los derechos. El contenido de esta obra no podrá ser reproducido total ni parcialmente, ni almacenarse en sistemas de reproducción, ni transmitirse por medio alguno sin permiso de los titulares de los derechos correspondientes.

Primera Edición: 2015
D.R. © Universidad de Sonora 2015
Blvd. Rosales y Luis Encinas s/n. Col. Centro
C.P.83000, Hermosillo, Sonora, México.
ISBN en trámite

Presentación

En nuestro país es un hecho reconocido que las problemáticas asociadas al aprendizaje y a la enseñanza de las matemáticas no se han podido resolver. Esta situación obliga a poner especial atención al estudio de las causas de dichas problemáticas, con el propósito de impulsar acciones que contribuyan a superarlas.

El incremento de investigaciones científicas sobre estos tópicos ha tenido como consecuencia la producción de teorías que nos ayudan a explicar y a entender los fenómenos asociados al hecho educativo. Asimismo, se han construido propuestas metodológicas importantes que se constituyen en alternativas a las formas de trabajo que tradicionalmente se habían venido impulsando en las aulas de matemáticas. Por otro lado, los salones de clase no están exentas de la presencia, en sus diferentes manifestaciones, de las tecnologías digitales.

Los elementos anteriores constituyen retos para los profesores, nos obligan a tomar conciencia de la importancia de nuestra formación continua, de buscar alternativas de desarrollo profesional docente acorde a los tiempos.

En ese sentido, en un esfuerzo de colaboración entre la Universidad de Sonora, a través del Bufete de Asesoría en Educación Matemática y la Universidad Tecnológica de Hermosillo, se ha diseñado el Diplomado “Problemas, Tecnología y Enseñanza de las Matemáticas”, dirigido especialmente a los profesores de matemáticas de UTH.

Tenemos plena conciencia de que tener mejores profesores es un paso trascendente en las expectativas de mejorar el desempeño de los estudiantes. En esa dirección va esta iniciativa.

Sesión 3

Actividad 18. Una alimentación saludable

Diversos organismos mundiales, nacionales y estatales, (Organización Mundial de la Salud, Secretaría de Salud, Instituto Mexicano del Seguro Social, Instituto de Seguridad y Servicios Sociales para los trabajadores del Estado de Sonora, etc.), tienen iniciativas para favorecer a la salud pública. Éstas consisten en campañas publicitarias y elaboración de materiales educativos e informativos para dar a conocer opciones alimenticias saludables, programas de activación física, higiene de los alimentos, higiene personal, entre una gran cantidad de temas.

Si alguno de estos temas resulta de su interés, puede Usted consultar: http://www.promocion.salud.gob.mx/dgps/interior1/programas/concentrado_materiales.html#alimentacion

De entre los materiales disponibles en la página anterior, retomamos un proyecto creado por nutriólogos mexicanos, el llamado Plato del Buen Comer, representado mediante la imagen siguiente:



El cual fue creado con la intención de proporcionar una alternativa sencilla y útil de buena nutrición, que sea acorde al bolsillo de la mayoría de los mexicanos.

Del mismo sitio electrónico mencionado con anterioridad, retomamos las características principales del Plato del Buen Comer, las cuales son:

1) Se propone el consumo de **tres grupos de alimentos**:

a) frutas y verduras

b) cereales y tubérculos

c) leguminosas y alimentos de origen animal

2) Cada grupo reúne alimentos "equivalentes", lo que significa que **se pueden intercambiar entre sí**, sin que se altere *notablemente* el aporte nutritivo.

3) No se pueden intercambiar alimentos que no sean del mismo grupo (color).

4) Los tres grupos se encuentran en un mismo plato, lo que significa que en cada comida se debe agregar un alimento de cada grupo.

5) Se deben consumir los tres grupos, con la intención de evitar deficiencia de nutrimentos.

6) Los grupos están divididos por colores para exponer recomendaciones sobre cómo deben consumirse, esto es:

a) Rojo: limitar el consumo

b) Naranja: consumir en mayor cantidad que los rojos (leguminosas)

c) Amarillo: precaución, consumir con moderación (cereales)

d) Verde: consumo libre (verduras y frutas)

No se dan indicaciones sobre las cantidades de las porciones que se deben consumir de cada grupo, pues éstas dependen de la estatura y peso de cada uno de los individuos.

Con la información anterior, analizaremos los casos que siguen. En un primer momento abórdelos de manera individual. Después atienda la indicación del conductor para que, integrado en algún equipo, compare y comparta sus soluciones con los profesores miembros de su equipo.

a) La Familia López está formada por 5 miembros, y de acuerdo con sus ingresos, decidieron destinar \$900 semanales a la compra de los alimentos de los tres grupos. El papá toma la iniciativa para hacer las compras semanales, proponiendo que la parte que destinará a adquirir alimentos de origen animal y leguminosas será la mitad de la cantidad con la que se comprarán cereales, verduras y frutas; que además la cantidad destinada a adquirir cereales será una tercera parte de la dedicada a comprar frutas y verduras.

De acuerdo con estas restricciones, ¿Cuánto se dedica a la compra de alimentos de cada uno de los grupos?

b) Mamá López se molesta sobremanera con la distribución de Papá López y dice que no hay necesidad de tanta alharaca.

–Ni que fuera una clase de matemáticas- expresa burlona.

-A mí la experiencia me dice que se gasta una tercera parte del dinero disponible en la compra de alimentos de origen animal y leguminosas. Y con el resto, pues ahí voy viendo-.

¿Qué posibilidades existen para distribuir el resto del dinero asumiendo que atendemos la observación de Mamá López?

c) ¿Qué herramienta matemática utilizó para resolver las preguntas planteadas en los incisos a) y b)? ¿Qué diferencias y que similitudes encuentra en los dos casos?

Actividad 19. Los sistemas de ecuaciones lineales. Algunas herramientas de tecnología digital que apoyan en su solución.

Trabajo individual

En la Actividad 18, una posibilidad de solución está en utilizar a los sistemas de ecuaciones lineales para modelar la propuesta de Papá López. Si tomamos dicha alternativa llegaremos al sistema:

$$x + y + z = 900$$

$$2x - y - z = 0$$

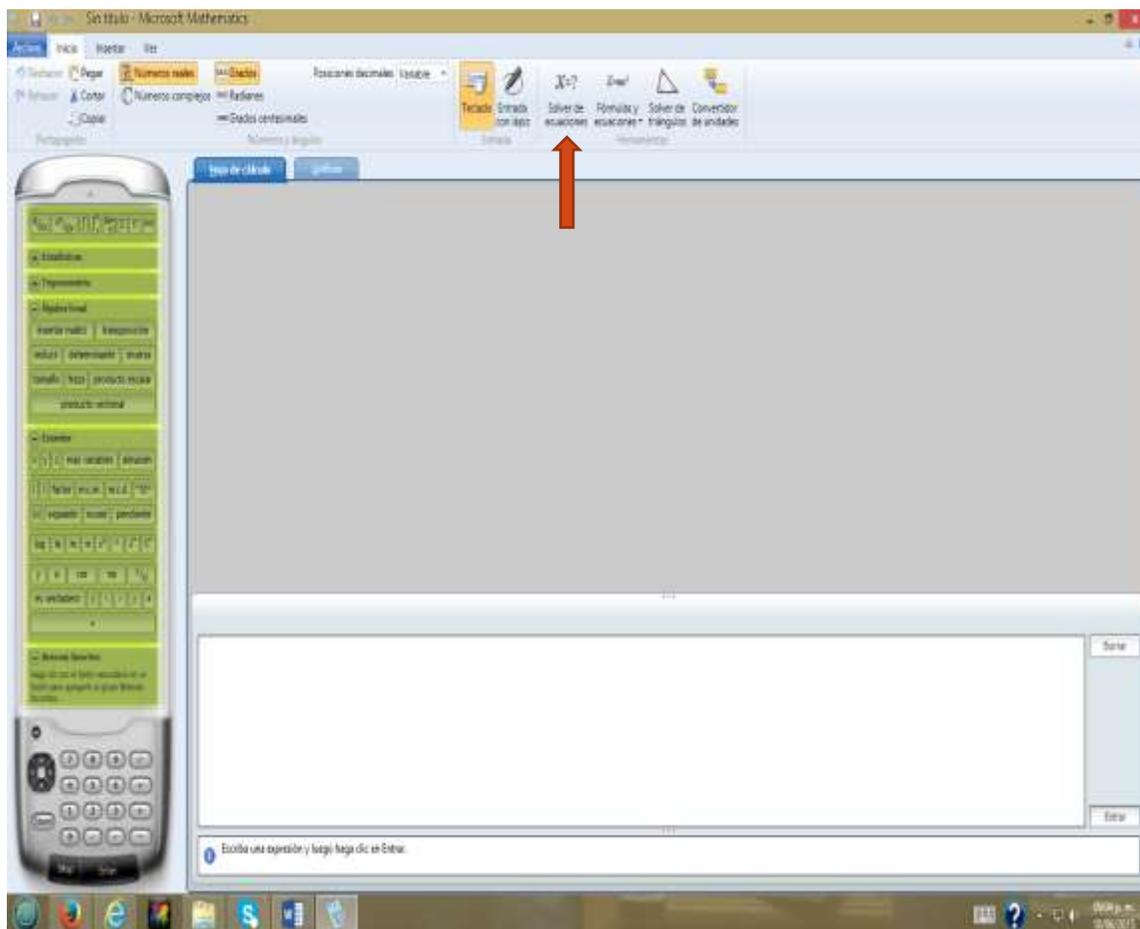
$$y - \frac{1}{3}z = 0$$

Al ser un sistema pequeño, es posible resolverlo sin grandes problemas con lápiz y papel. De cualquier manera, si estamos interesados en emplear tecnología digital para hacerlo, una posibilidad es emplear el software denominado Microsoft Mathematics, que puede descargarse gratuitamente. Basta que teclee en cualquier buscador el nombre indicado y que siga las instrucciones de instalación.

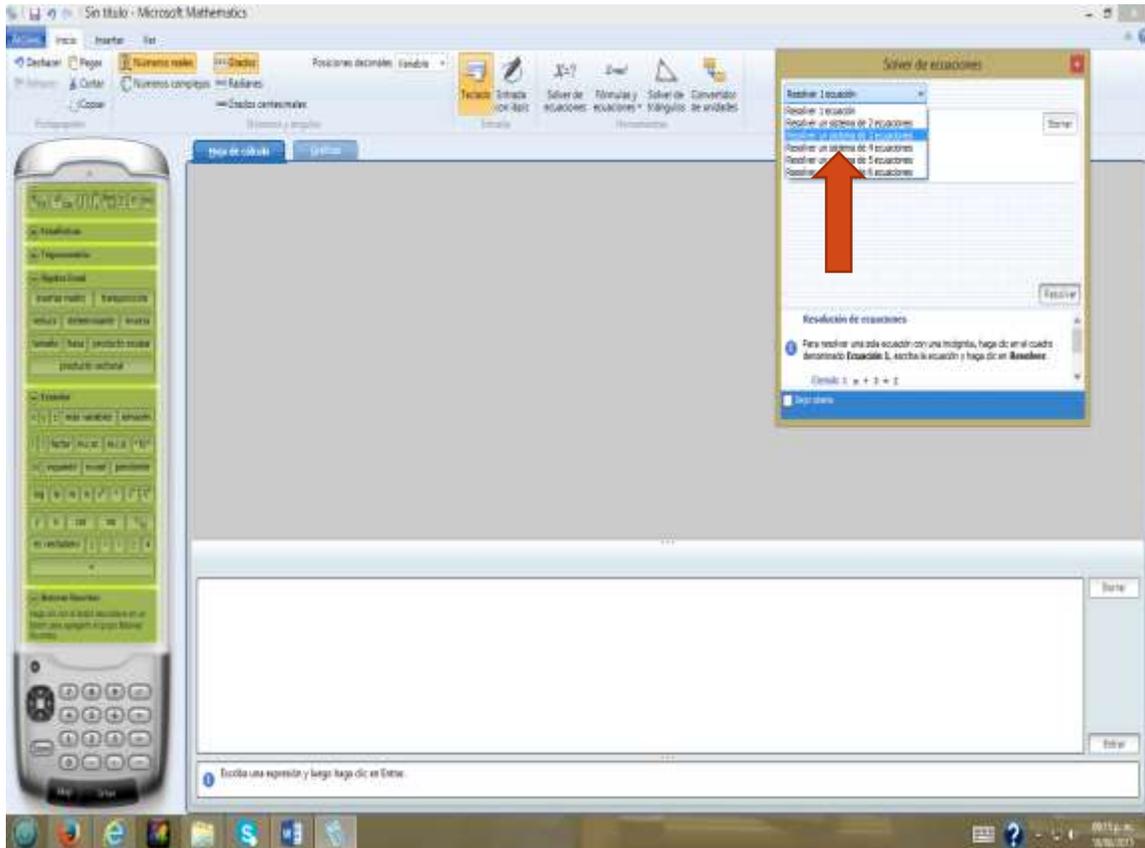
Le indicaremos a continuación, una vez instalado el software en su computadora, cómo hacer uso de él para resolver el problema planteado. Evidentemente ésta es una introducción somera, pero realmente se trata de un recurso amigable y de fácil manejo.

Como podrá observarse en la gráfica de la pantalla inicial, con Microsoft Mathematics se dispone de una calculadora graficadora con potencial para representar gráficos en dos y tres dimensiones. Además es posible resolver ecuaciones paso a paso, junto con una gran cantidad de herramientas útiles para estudiantes y profesores de matemáticas y ciencias.

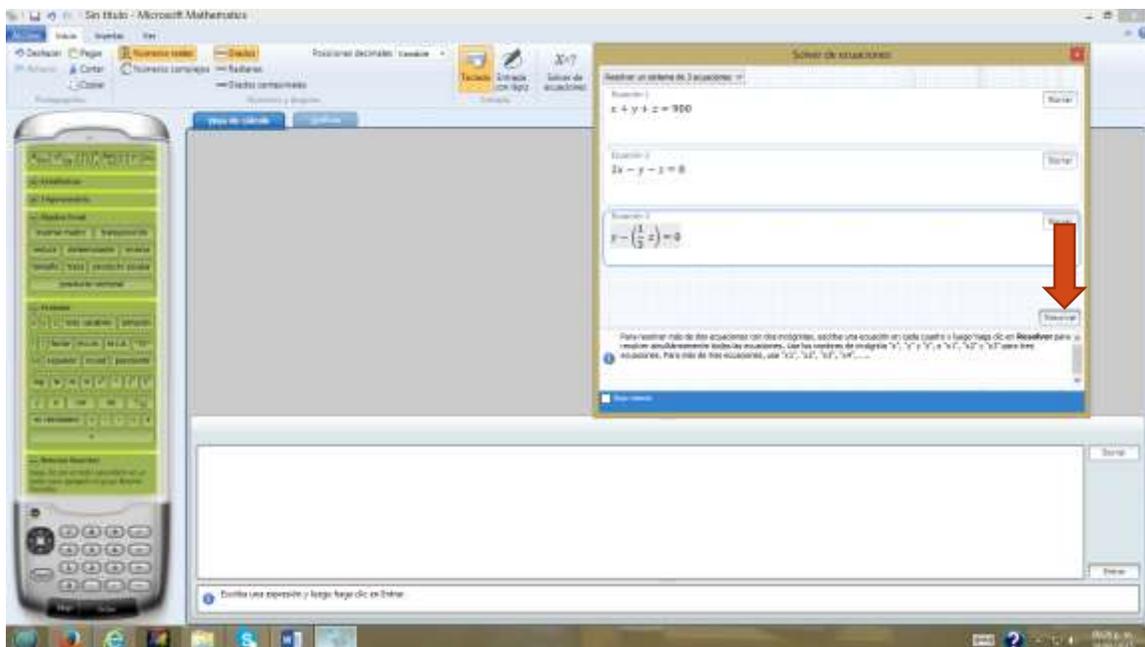
Como ya se dijo, la pantalla que Usted verá al inicio de su actividad es la siguiente:



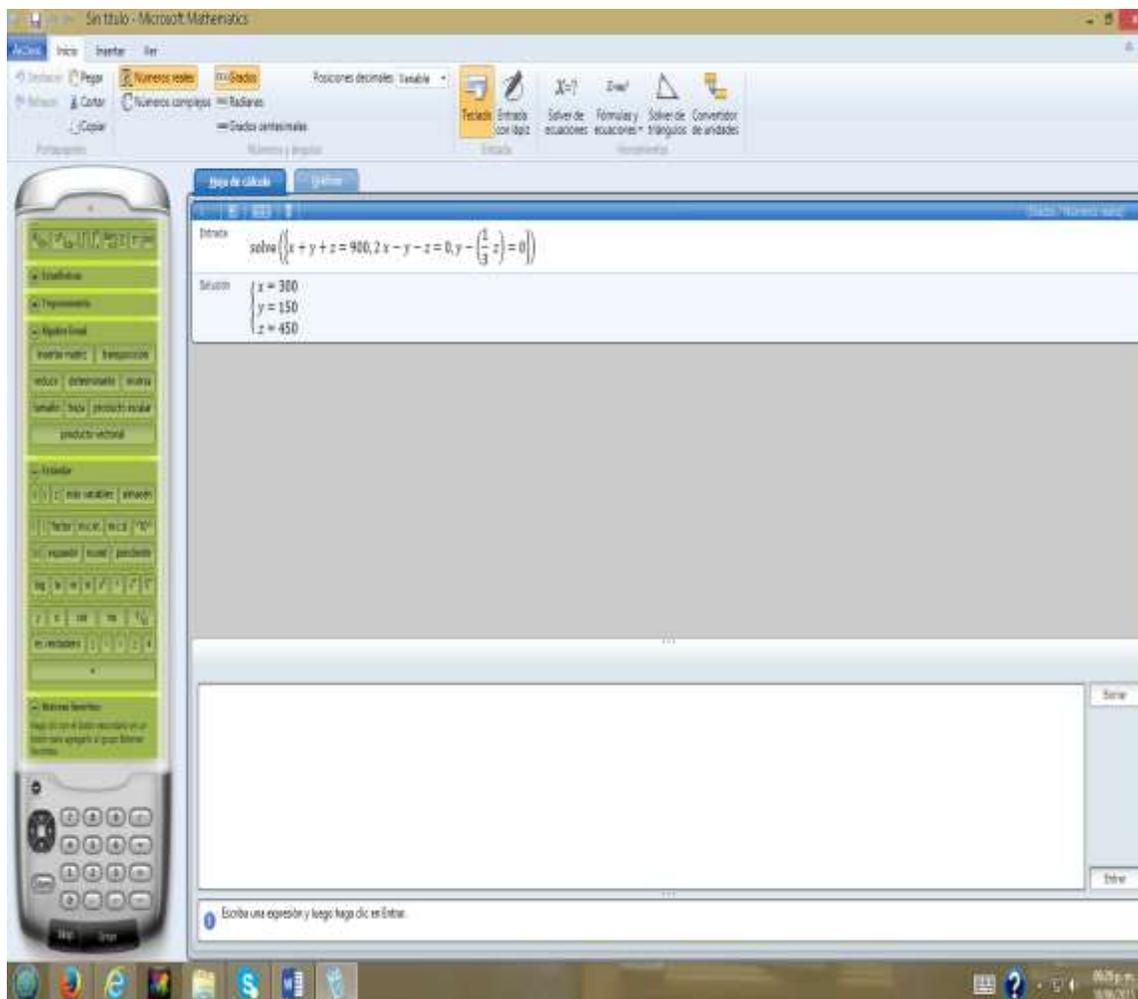
En la imagen mostrada se señala con una flecha la instrucción denominada “solver de ecuaciones”. Cuando es seleccionada dicha opción, aparecerá una cortinilla donde se proporcionan las opciones para resolver el sistema deseado.



Debe seleccionarse la opción "Resolver un sistema de tres ecuaciones", lo cual inmediatamente nos abrirá una ventana, que contiene tres espacios separados con los títulos "Ecuación 1", "Ecuación 2" y "Ecuación 3", en cada uno de los cuales se escribirán las ecuaciones del sistema. Después de eso habrá que oprimir la opción "Resolver".



Lo cual inmediatamente nos proporcionará la solución buscada. En este caso:



Utilice ahora este recurso para resolver el inciso b) de la Actividad 19.

Actividad 20. Las palancas. Trabajo individual

“Dadme un punto de apoyo y moveré el mundo”
Arquímedes

Esta famosa cita de Arquímedes de Siracusa hace referencia directa al “principio de la palanca”, la misma palanca que ha sido utilizada por la humanidad desde la prehistoria. La palanca continúa siendo empleada en muchas actividades, productivas o recreativas, para mover o para equilibrar objetos, en maquinarias o en la naturaleza, y en todos los usos que se le han

dado, siempre aplicamos el principio que Arquímedes enunció y el cual es referido por Pappus de Alejandría en su obra matemática.

Observe su entorno y podrá identificar sin dificultad las palancas que nos rodean y reflexione en que no se necesita conocer el principio de la palanca para entender cómo funciona. El haber sido usada desde la prehistoria es prueba de lo antes dicho. Igual que Arquímedes, un niño de unos cuantos kilogramos de peso podría jugar al sube y baja con un elefante, siempre y cuando tuviera una palanca lo suficientemente larga y el elefante tuviera otra suficientemente corta.

También podría aflojar las tuercas de la llanta de un camión de carga, siempre y cuando se pudiera sentar en la palanca una cruceta suficientemente larga. Ésta es una estrategia que usan los llanteros o los mecánicos cuando encuentran una tuerca muy apretada y en el momento no cuentan con la potencia en el compresor para hacerlo por otros medios. Claro está que la mayoría de las veces ellos no tienen que colgarse para hacer palanca, sólo aplican la fuerza necesaria para hacer girar la tuerca.

Las palancas son indispensables para la modernidad tecnológica en que se desarrolla nuestra vida y están ahí aunque no estén a la vista, tal es el caso del cigüeñal o cigoñal de los motores mecánicos.

a) Anote otras situaciones distintas a las mencionadas, donde pueda identificar que se están usando a las palancas.

El problema del equilibrio de fuerzas en un Sistema de Palancas

Consideremos una balanza de palanca, donde los brazos de palancas tienen la misma longitud. Si en una balanza es colocada una pesa de 5 kg en uno de los lados, es necesario poner otra del mismo peso en el lado contrario, para poder balancear los brazos de la balanza. Ese mismo principio es el que se usa en los problemas que aquí se presentan, pero los brazos de palanca no tienen la misma longitud en ambos lados del punto de balance.

Para el estudio del problema del balance de palancas, se diseñaron dos Applets de Geogebra que serán descritos a continuación.

Los Applets funcionan al mover los deslizadores. Primero se tienen que establecer las longitudes de las palancas con los deslizadores: L_1 para el primer Applet o L_1 , L_2 y L_3 para el Applet de tres palancas. Segundo, se mueven los deslizadores P para establecer el brazo de la palanca del lado izquierdo y el brazo de la palanca del lado derecho se calcula automáticamente como $L-P$.

También se tienen que mover los deslizadores m de las masas, los cuales están numerados de izquierda a derecha. El objetivo es poner las palancas horizontales, lo cual será evidente porque aparecerán los bordes de los polígonos rectangulares y al mismo tiempo se pintará el triángulo verde.

El segundo Applet funciona de forma similar, pero el triángulo verde sólo aparecerá cuando las tres palancas estén balanceadas. Los bordes de los polígonos rectangulares aparecen cuando su respectiva palanca está horizontal, aún cuando las otras dos palancas no se encuentran en equilibrio. Observe las imágenes siguientes:

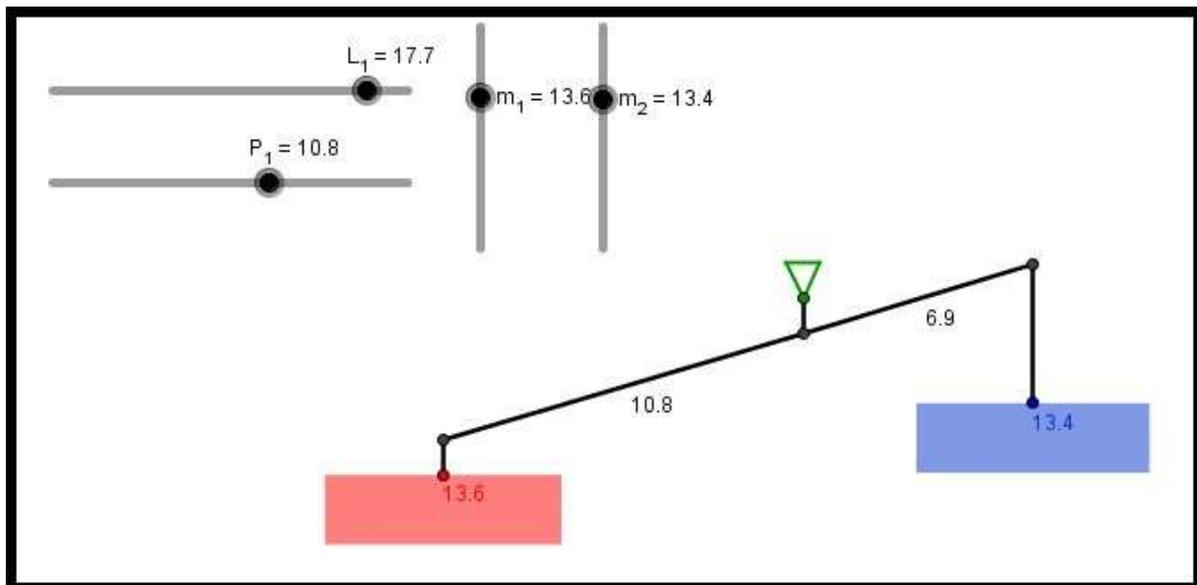


Imagen 1: Applet construido para encontrar el balanceo de una palanca.

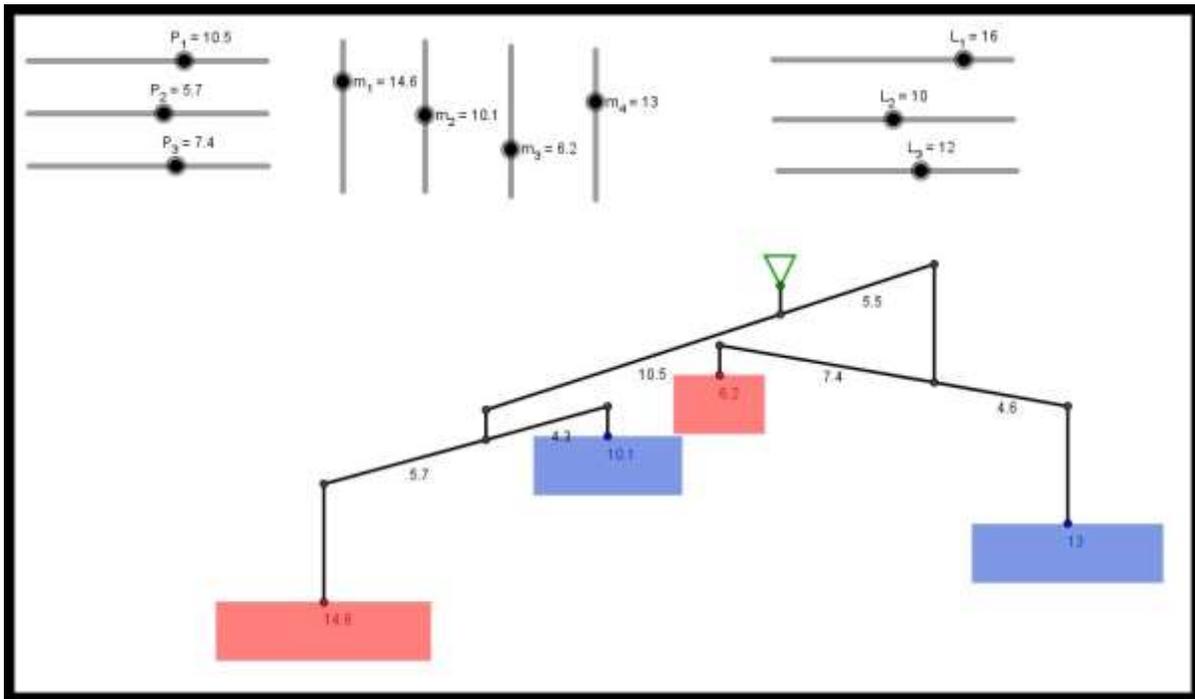


Imagen 2: Applet construido para ser usado en la resolución de Sistemas de Tres Palancas.

Ahora que ya hemos planteado los antecedentes necesarios, observe la siguiente imagen.

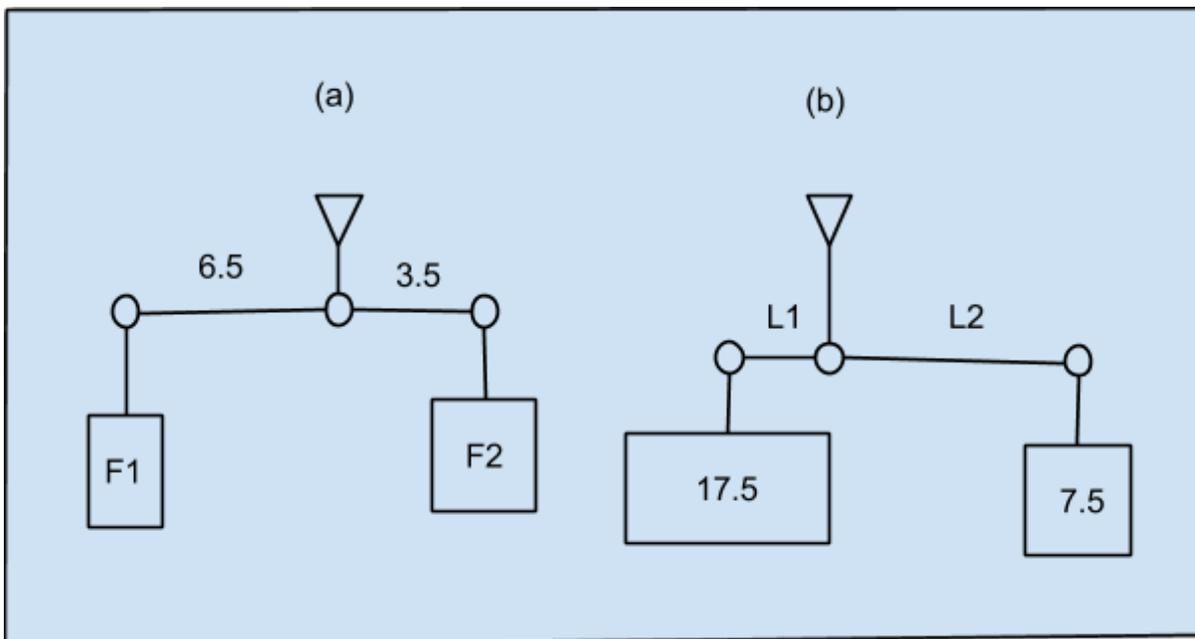


Figura 1. (a) Diagrama de una palanca de longitud conocida, equilibrada con dos fuerzas desconocidas. (b) Diagrama de una palanca de longitud desconocida, equilibrada con dos fuerzas conocidas.

En ella, identificada en el inciso a), aparece el diagrama de una palanca de longitud conocida, equilibrada con dos fuerzas desconocidas. En cambio, en el inciso b), se muestra el diagrama de una palanca de longitud desconocida, equilibrada con dos fuerzas conocidas.

b) Encuentre los datos faltantes para cada uno de los casos, auxiliándose del Applet 1 de GeoGebra, el cual está disponible en la siguiente dirección electrónica: <http://tube.geogebra.org/student/m1284489>. Para acceder a él simplemente abra el hipervínculo con la opción apropiada que aparece al oprimir el botón derecho del mouse. En caso de que esto no sea posible, copie la dirección proporcionada y péguela en la barra de entrada de su navegador.

c) En la Figura 2 se muestra un sistema de tres palancas en equilibrio, de longitud conocida. ¿Cuáles son los valores enteros de cada una de las fuerzas que hacen esto posible?

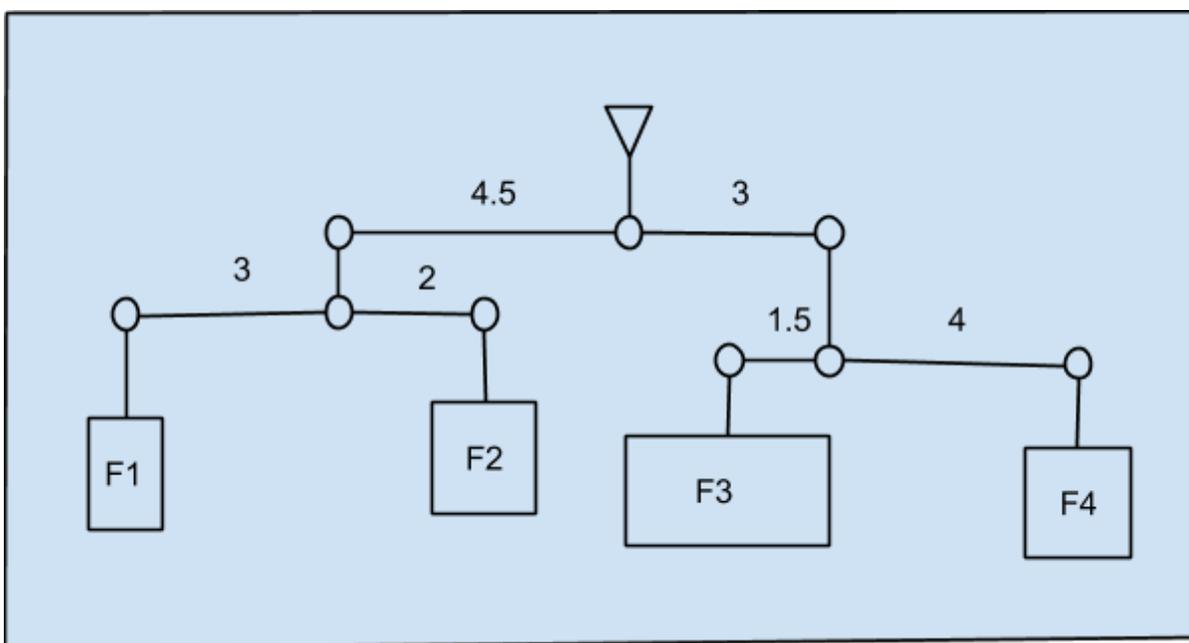


Figura 2. Diagrama de un sistema de tres palancas de longitud conocida, equilibradas con cuatro fuerzas desconocidas.

Compare sus respuestas con sus compañeros. ¿Respondieron todos lo mismo?

¿De cuántas formas distintas se encontraron el valor de las fuerzas?

d) En la Figura 3, que se muestra abajo, aparece un sistema de tres palancas en equilibrio ¿Cuáles son los valores enteros de cada una de las longitudes de los brazos de palanca que hacen esto posible? Al comparar los resultados con sus compañeros, ¿hubo resultados distintos en esta ocasión?

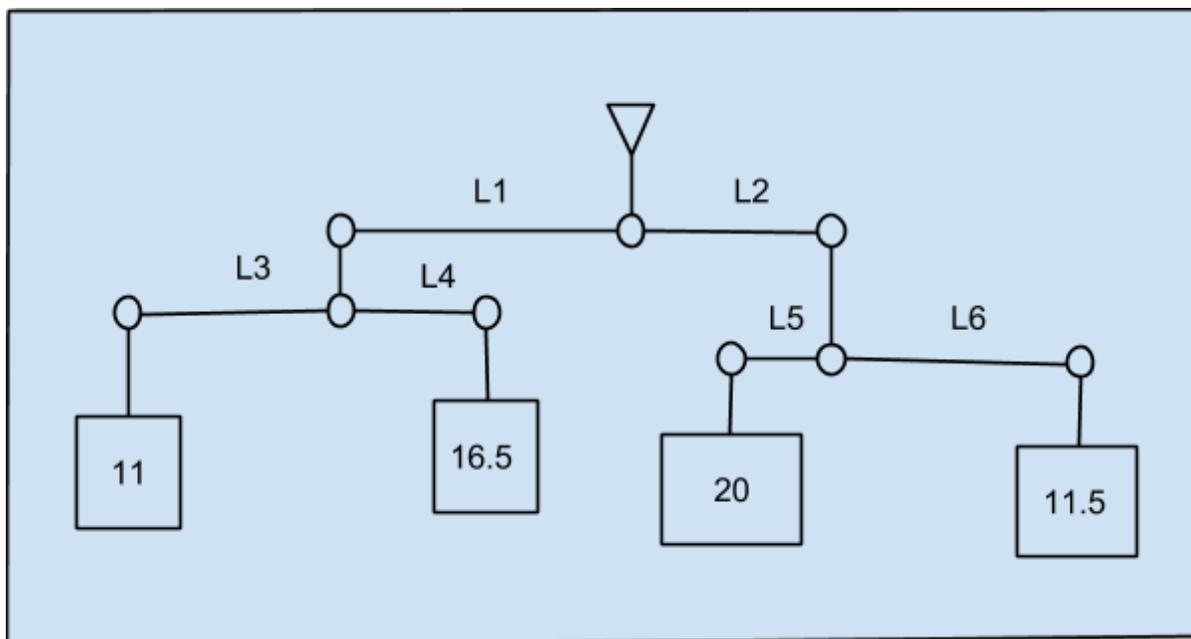


Figura 3. Diagrama de un sistema de tres palancas de longitud desconocida, equilibradas con cuatro fuerzas conocidas.

e) Utilizaremos ahora el Applet 2 de GeoGebra, al cual podrá Usted acceder en <http://tube.geogebra.org/student/m1248823>, de la misma manera que lo hizo en el caso anterior. Éste será empleado para representar los sistemas mostrados en los diagramas de las Figuras 2 y 3.

f) Use de nuevo el Applet 2 de GeoGebra, disponible en <http://tube.geogebra.org/student/m1248823>, para encontrar al menos una solución adicional para la misma configuración de fuerzas del diagrama en la Figura 2, así como una solución adicional para la misma configuración de longitudes de palanca en la Figura 3.

g) Resuelva los dos problemas de los diagramas en las Figuras 4 y 5, tanto planteando un sistema de ecuaciones lineales como utilizando el Applet 2 de GeoGebra en <http://tube.geogebra.org/student/m1248823>.

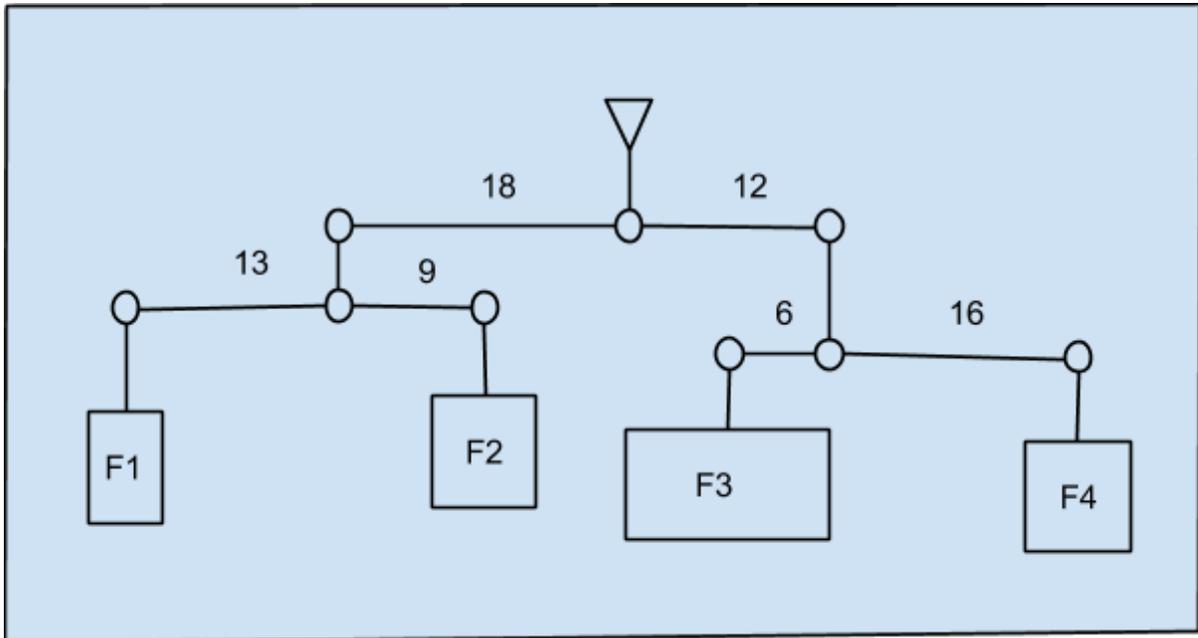


Figura 4: Diagrama de un sistema de tres palancas de longitud conocida, equilibradas con cuatro fuerzas desconocidas.

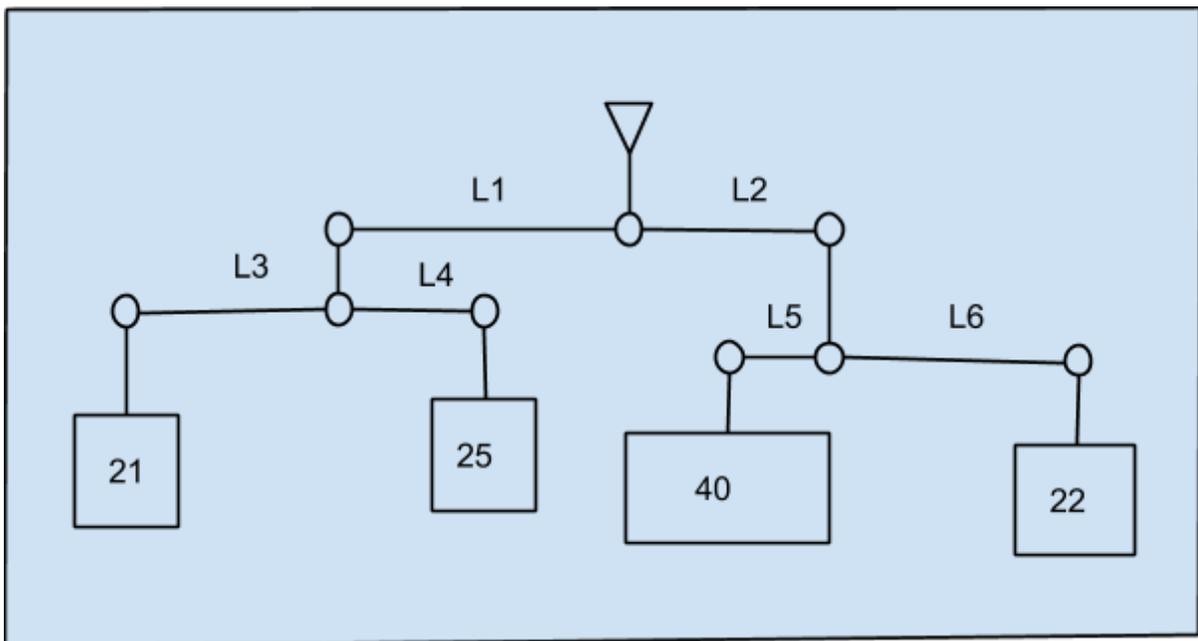


Figura 5: Diagrama de un sistema de tres palancas de longitud desconocida, equilibradas con cuatro fuerzas conocidas.

h) Abra la vista CAS de GeoGebra y responda las preguntas planteadas en las situaciones de las Figuras 4 y 5, utilizando el comando EscalonadaReducida[<Matriz>] del CAS de GeoGebra.

Si su versión de GeoGebra está en idioma español puedes encontrar ayuda en http://wiki.geogebra.org/es/Comando_EscalonadaReducida. En caso de que su versión esté en inglés, podrá utilizar el comando ReducedRowEchelonForm[<Matriz>] del CAS de GeoGebra, encontrando ayuda en http://wiki.geogebra.org/en/ReducedRowEchelonForm_Command.

Para definir la matriz se recomienda copiar alguno de los ejemplos que aparecen en la ayuda de GeoGebra, para no equivocarse el formato y posteriormente modificarlo de acuerdo al escenario que se quiera resolver. Explique las respuestas obtenidas con GeoGebra, así como las soluciones obtenidas o las interpretaciones necesarias para obtener las soluciones.

Actividad 8

Explica ¿cuál es tu opinión del uso del Applet 2 de GeoGebra para la resolución de las situaciones aquí presentadas?

¿Cómo ayuda el Applet 2 de GeoGebra para entender la ley de las palancas?

Explica ¿cuál es tu opinión del uso del comando EscalonadaReducida o ReducedRowEchelonForm del CAS de GeoGebra para la resolución de las situaciones aquí presentadas?

¿Crees que el uso del comando EscalonadaReducida o ReducedRowEchelonForm del CAS de GeoGebra ayuda para entender la ley de las palancas?

Referencias

Necesidades de energía y de proteínas: informe de una Reunión Consultiva Conjunta FAO/OMS/UNU de Expertos, [Roma, 5-17 de octubre de 1981]. Consultado en <http://apps.who.int/iris/handle/10665/40157?mode=full>, el 20 de mayo de 2015.