



## Diplomado: "Problemas, Tecnología y Enseñanza de las Matemáticas"

MÓDULO 1

Mayo-Agosto de 2015

Material del Participante. Diplomado "Problemas, Tecnología y Enseñanza de las matemáticas", fue elaborado en mayo de 2015 por la Universidad de Sonora, bajo convenio de colaboración con la Universidad Tecnológica de Hermosillo.

Universidad de Sonora Dr. Heriberto Grijalva Monteverde Rector Dr. Enrique Fernando Velázquez Contreras Secretario General Académico

Universidad Tecnológica de Hermosillo Ing. Juan Francisco Gim Nogales Rector Mtra. Guadalupe Marmolejo Directora Académica

Maestro Sergio Hallack Sotomayor Responsable institucional por UTH

Autores: Personal del Bufete de Asesoría en Educación Matemática de la Universidad de Sonora: José Luis Soto Munguía Silvia Elena Ibarra Olmos Jorge Ávila Soria

Reservados todos los derechos. El contenido de esta obra no podrá ser reproducido total ni parcialmente, ni almacenarse en sistemas de reproducción, ni transmitirse por medio alguno sin permiso de los titulares de los derechos correspondientes.

Primera Edición: 2015 D.R. © Universidad de Sonora 2015 Blvd. Rosales y Luis Encinas s/n. Col. Centro C.P.83000, Hermosillo, Sonora, México. ISBN en trámite

### Presentación

En nuestro país es un hecho reconocido que las problemáticas asociadas al aprendizaje y a la enseñanza de las matemáticas no se han podido resolver. Esta situación obliga a poner especial atención al estudio de las causas de dichas problemáticas, con el propósito de impulsar acciones que contribuyan a superarlas.

El incremento de investigaciones científicas sobre estos tópicos ha tenido como consecuencia la producción de teorías que nos ayudan a explicar y a entender los fenómenos asociados al hecho educativo. Asimismo, se han construido propuestas metodológicas importantes que se constituyen en alternativas a las formas de trabajo que tradicionalmente se habían venido impulsando en las aulas de matemáticas. Por otro lado, los salones de clase no están exentas de la presencia, en sus diferentes manifestaciones, de las tecnologías digitales.

Los elementos anteriores constituyen retos para los profesores, nos obligan a tomar conciencia de la importancia de nuestra formación continua, de buscar alternativas de desarrollo profesional docente acorde a los tiempos.

En ese sentido, en un esfuerzo de colaboración entre la Universidad de Sonora, a través del Bufete de Asesoría en Educación Matemática y la Universidad Tecnológica de Hermosillo, se ha diseñado el Diplomado "Problemas, Tecnología y Enseñanza de las Matemáticas", dirigido especialmente a los profesores de matemáticas de UTH.

Tenemos plena conciencia de que tener mejores profesores es un paso trascendente en las expectativas de mejorar el desempeño de los estudiantes. En esa dirección va esta iniciativa.

### Sesión 4

# Actividad 21. Una alternativa más para apoyar la solución de los SEL

En la resolución de problemas matemáticos con la ayuda de software o aplicaciones computacionales se pueden encontrar varios caminos hacia los objetivos de representar, analizar, desarrollar, comprender, o resolver dichos problemas.

Cuando los problemas son suficientemente sencillos, se pueden aprovechar las herramientas, comandos, o funciones que forman parte parte de la aplicación computacional; sin embargo, en ciertas circunstancias será necesario acompañar a las funciones o comandos con un poco de programación para obtener lo deseado. Esto sucede generalmente cuando se abordan problemas más complicados, o cuando se desea mostrar vistosamente algo relativamente sencillo. En estos casos, como ya se dijo, resulta indispensable el empleo de la programación, las más de las veces complicada.

Nos vamos a referir ahora a las hojas de cálculo, centrándonos en el uso que podemos darles en la solución de sistemas de ecuaciones lineales. Como es bien sabido, se dispone de muchas opciones de hoja de cálculo para elegir; en este caso optamos por usar la aplicación para las <u>Hojas de Cálculo de Google</u>, la cual forma parte del <u>Office</u> <u>Online de Google</u> (en <u>la Nube</u>).

Para utilizar la aplicación para las <u>Hojas de Cálculo de Google</u> es necesario tener una <u>Cuenta de Google</u>, así que de no tenerla, debemos crear una. Con ello ya se estará listo para empezar a trabajar con las aplicaciones que proporciona el <u>Office Online de Google</u>.

Además de <u>Hojas de Cálculo de Google</u>, también podrá Usted contar con otros <u>Productos de Google</u>. Entre los productos pertenecientes al <u>Office Online de Google</u>, encontrará las aplicaciones para crear, administrar y compartir otros tipos de archivos, como <u>Documentos de Texto</u>, <u>Presentaciones o Formularios</u>, entre otros.

<u>Google</u> también ofrece un espacio en <u>la Nube</u> llamado <u>Drive de Google</u>, donde es posible guardar, administrar y compartir sus archivos, creados o no con el <u>Office Online</u> <u>de Google</u>. Además, entrando por el <u>Drive de Google</u>, también podrá acceder al <u>Office</u> <u>Online de Google</u> y crear, guardar, administrar y compartir sus archivos de las <u>Hojas de</u> <u>Cálculo de Google</u>.

La principal razón para decidir usar las <u>Hojas de Cálculo de Google</u>, en lugar de la versión de <u>Microsoft Excel Online</u>, se debe a que esta última aplicación aún tiene problemas de compatibilidad con la versión de Excel que se instala en la computadoras, en particular

para el uso de las funciones (**comandos**) para matrices. Originalmente pensamos trabajar con la versión de <u>Microsoft Excel Online</u>, por la popularidad que el nombre Excel representa y porque sus funciones (**comandos**) están traducidas al idioma español. Sin embargo, terminamos por decidirnos por las <u>Hojas de Cálculo de Google</u> porque, aun cuando sus funciones (**comandos**) están en idioma inglés, las funciones (**comandos**) para matrices son más fáciles de usar. Además, aquí se indicará cuáles de estas se utilizarán.

Las <u>Funciones de las Hojas de Cálculo de Google</u> son básicamente las mismas que tiene la versión de <u>Microsoft Excel Online</u>, y aunque están escritas en inglés, su **Ayuda** está en español pudiéndose ordenar por categorías o en orden alfabético, lo cual facilitará su localización para que podamos ver los ejemplos que nos da la **Ayuda**. El ordenamiento por categorías facilita encontrar todas las funciones (**comandos**) de un mismo tipo juntas. Las categorías con las que cuenta la **Ayuda** de las <u>Funciones de las Hojas de</u> <u>Cálculo de Google</u> son: *Texto, Operador, Matriz, Matemáticas, Lógicas, Ingeniería, Información, Google, Finanzas, Filtro, Fecha, Estadísticas, Búsqueda, Base de Datos, y Analizador*.

Usaremos el mismo contexto del problema del Equilibrio de Fuerzas en un Sistema de Palancas, para resolver el sistema de ecuaciones que se desprende del diagrama en la **Figura 1**, pero esta vez usaremos la hoja de cálculo para construir una aplicación para resolverlo.



**Figura 1:** Diagrama de un sistema de tres palancas de longitud conocida, equilibradas con cuatro fuerzas desconocidas.

a) Plantee el sistema de ecuaciones que representa al diagrama en la Figura 1 y obtenga la representación matricial del sistema.

<b>+</b> >	C 🖬 🔒 h	ttps://docs.googl	e.com/sprea	dsheets/d/1Q	CpKILsr2pcqCl	k3mh2tgwxB2P	9kp1mGWnLpr
🔢 Apps	* Bookmarks	The Official Site of	🔁 Cosas	Para Recordar	EJERCICIOS	Peliculas Online	Sub 🔯 Pirates:
	Hoja de cá <sup>Archivo</sup> Camb	ilculo sin titul iar nombre <sup>isertar</sup>	D Formato	Datos Herran	nientas Compl	lementos Ayuda	a
	ēra'	₽ € % .0_	.00 123 - /	Arial +	10 - 1	B I 5 A	• 🏶 • ⊞ •
fx							
	A	В	С	D	E	F	:
1							
2							
3							
4							
5							

**Figura 2**: Lugar donde se cambia el nombre de un archivo en Hojas de Cálculo de Google.

Cambiar e	nombre de la hoja de cálcul	0
the Association of the Association	e embre de beix de sélende energie	
introduce un	nombre de hoja de calculo huevo.	
nombre_ap	ellido_Palancas en Equilibrio	
Sec. No.	Cancalar	

Figura 3: Formato del nombre que debe tener el archivo de hoja de cálculo

b) Resuelva el sistema de ecuaciones planteado, con el software que se sienta más cómodo o aquel que esté más disponible (Geogebra, Microsoft Mathematics, o WolframAlpha). Luego compararemos los resultados obtenidos por dicho software con los que obtendremos con la aplicación que construiremos.

c) Ahora, habrá que acceder a su <u>Cuenta de Google</u> para posteriormente poner nombre al archivo de <u>Hojas de Cálculo de Google</u> creado en el <u>Drive de Google</u>. Observe la Figura 2 y *de clic* con el botón *izquierdo del ratón* en el lugar que la imagen le indica con un letrero que dice *cambiar nombre*. Luego *cambie el nombre al archivo*, siguiendo el formato que se muestra en la Figura 3.

Debe de *personalizar* el nombre del archivo con *su primer nombre* y *su primer apellido* (*no use acentos o la letra ñ*) como se muestra en el ejemplo: *Jose\_Pena\_Palancas en Equilibrio*. La persona del ejemplo se llama José Peña, pero *debido a la restricción* que se puso, fueron *excluidos el acento y la tilde de la letra ñ*.

Finalmente, abra el siguiente enlace con el <u>formato a usar</u> y use las teclas **CTRL+C** para copiarlo íntegramente, debiendo pegarlo con las teclas **CTRL+V** en su archivo de la hoja de cálculo. Así se le facilitará acomodar los datos y resolver el sistema de ecuaciones del inciso anterior. Una vez pegado el formato en el archivo de la hoja de cálculo, ya podemos trabajar en él.

Ahora conteste las siguientes preguntas.

- ¿Revisó los diversos enlaces que se han proporcionado en esta situación problema? ¿Le parecieron de utilidad?
- ¿Ha tenido experiencias previas con otras hojas de cálculo diferentes a Microsoft Excel?
- En una escala del 1 al 10, siendo 10 el máximo, ¿qué tan familiarizado se siente con el uso de la hoja de cálculo?

**d)** Utilizaremos la definición de fórmulas y el arrastre de fórmulas para construir una aplicación para resolver el sistema de ecuaciones para el equilibrio de las palancas en el archivo de la hoja de cálculo.

La **Tabla 1** intenta mostrar con imágenes, el proceso para definir una fórmula en la hoja de cálculo y cómo hacer el arrastre de fórmulas. Las fórmulas al ser arrastradas o copiadas en una hoja de cálculo funcionan con base en las relaciones de posición que se da entre las celdas que intervienen en dicha fórmula o función, a menos que la celda sea fijada con el símbolo **\$**. Estudie la secuencia de imágenes y obtenga lo que se solicitó.

Paso			Im	Descripción			
	f×						Después de poner el
		A	В	С	D	E	formato deseado a las
	:1						celdas destino, posicionarse
	2	Matriz 1			Matriz 1	+ Matriz 2	en la celda donde se
	3	2	3		ja		escribirá la primera fórmula.
1	4	1	5				Note la celda con el borde
	5	Matri	z 2				azul, tiene un cuadrito
	6	3	-2				también azul en la esquina
	7	2	-3				inferior derecha. Dicho
	8						cuadrito en la celda activa.
	f	12-					arrastre. Todas las fórmulas empiezan
	†×	=					con un signo de igualdad (-)
		A	В	С	D	E	v puede empezar a escribir
	1						y puede empezar a escribir
	2	Matriz 1			Matriz 1	+ Matriz 2	
2	3	2	3		≓u		donde esta Osted
	4	1	5				posicionado; también se
	5	Matriz 2					puede posicionar en la celda
	6	3	-2				de origen para la fórmula y
	7	2	-3				luego en la barra de entrada,
	8						donde se ve el <b>fx.</b>
	f×	=A3		21	Luego del signo =, la hoja de		
		A	В	С	D	E	cálculo permite seleccionar
	1	1					celdas o rangos de celdas
	2	Matri	z 1		Matriz 1	+ Matriz 2	(Ejemplo de un rango de 9
3	3	2 3			=A3		celdas: A1:C3) o escribirlos.
J	4	1	5				En cualquiera de los casos la
	5	Matriz 2					celda introducida en la
	6	3	-2				fórmula se pintará de un
	7	2	-3				color asignado por la misma
	8						hoja de cálculo.
	8						hoja de cálculo.

	A	216		f <sub>×</sub> = <u>A3</u> +							
1		В	С	D	E						
1											
2	Matriz 1			Matriz 1 + Matriz 2		El siguiente paso es escribir					
3	2	3		=A3+		el signo del operador de la					
4	1	5				fórmula, en este caso el					
5	Matri	z 2				signo de adición (+).					
6	3	-2									
7	2	-3									
8											
f×	= <mark>A3</mark> +A6					Ahora se debe continuar					
	A	в	С	D	E	escribiendo o seleccionando					
1						la otra celda de la fórmula.					
2	Matri	z 1		Matriz 1 +	Matriz 2	Note que cada celda					
3	2	3		=A3+A6		seleccionada se pinta de un					
4	1	5				color distinto y ese mismo					
5	Matri	z 2				color se refleja en l					
6	31 -2					fórmula. Los pasos deben					
7	2	-3				repetirse en caso de ser					
8		2015				necesario, hasta terminar de					
12						escribir la fórmula deseada,					
						de una simple suma.					
f×						Una vez terminada la					
	A	В	С	D	E	fórmula, sólo basta con					
<u>.</u> 1						aplastar la tecla ENTER o					
2	Matriz 1			Matriz 1 + Matriz 2		alguna de las flechas de					
3	2	3		5		dirección en el teclado					
4	1	5				También nodría bacer CLIC					
5	Matriz 2					- con el botón izquierdo del					
6	3	-2				ratán an atra calda nara					
7	2	-3				auo la férmula ca calcula					
8						que la formula se calcule.					
	3 4 5 6 7 8 $f_{\times}$ 1 2 3 4 5 6 7 8 7 8 7 8 7 8 7 8 7 8 7 8 7 8 7 8 7	3     2       4     1       5     Matrix       6     3       7     2       8 $ f_x$ =A3+A6       A     1       2     Matrix       3     2       4     1       5     Matrix       6     3 <sup>1</sup> 7     2       8     -       7     2       8     -       7     2       8     -       7     2       8     -       7     2       8     -       7     2       8     -       7     2       8     -       7     2       8     -       1     -       2     Matrix       3     2       4     1       5     Matrix       6     3       7     2       8     -	3     2     3       4     1     5       5     Matriz 2     6       6     3     -2       7     2     -3       8      -3       8      -3       1     2     -3       1      -3       2     Matriz 1     3       3     2     3       4     1     5       5     Matriz 2     6       6 $3^3$ -2       7     2     -3       8      -3       7     2     -3       8      -3       7     2     -3       8      -3       7     2     -3       8      -3       1      -3       2     Matriz 1     3       3     2     3       4     1     5       5     Matriz 2     -3       6     3     -2       7 <td>3     2     3       4     1     5       5     Matriz 2     6       6     3     -2       7     2     -3       8    </td> <td>3     2     3     =A3+       4     1     5     Matriz 2        6     3     -2         7     2     -3         7     2     -3         7     2     -3         8           7     2     -3         1           1           2     Matriz 1          3     2     3         6           7     2    3         8           1           1           1           1    </td> <td>3     2'     3     =A3+_       4     1     5     Matriz 2       6     3     -2    </td>	3     2     3       4     1     5       5     Matriz 2     6       6     3     -2       7     2     -3       8	3     2     3     =A3+       4     1     5     Matriz 2        6     3     -2         7     2     -3         7     2     -3         7     2     -3         8           7     2     -3         1           1           2     Matriz 1          3     2     3         6           7     2    3         8           1           1           1           1	3     2'     3     =A3+_       4     1     5     Matriz 2       6     3     -2					

Mayo-Agosto 2015



Tabla 1: Creación y arrastre de una fórmula en hoja de cálculo.

e) Lea la explicación sobre el arrastre y copiado de fórmulas en hoja de cálculo y si nunca ha hecho un ejercicio similar, no tiene claro de lo que se está diciendo aquí, o no se siente seguro de haber hecho esto antes, le recomendamos hacer una práctica con lo dicho en la explicación en su archivo de hoja de cálculo para poder comprenderlo. Una de las ventajas de las hojas de cálculo, es que se puede experimentar cualquier implementación, para ver cómo realmente funciona.

La fijación de celdas funciona de **4 formas**. Observe la definición de la celda **A1** en los ejemplos:

- 1. La celda puede ser fijada por completo (Ejemplo de fórmula: =\$A\$1\*B9)
- 2. Sólo la columna de la celda es fijada (Ejemplo de fórmula: =\$A1\*B9)
- 3. Sólo el renglón de la celda es fijado (Ejemplo de fórmula: =A\$1\*B9)

4. La celda se puede definir como libre (Ejemplo de fórmula: =A1\*B9)

Cuando un elemento es fijado, ese elemento fijado no cambia en la fórmula. Las celdas fijadas deben tener al menos un signo **\$**. Dicho signo puede ir en el renglón, en la columna, o en ambos. Las celdas libres no tienen el signo **\$** y es el formato normal de las celdas en las hojas de cálculo.

El funcionamiento de las **4 fórmulas** antes presentadas se explica con base en los siguientes ejemplos. Si se escribe cualquiera de las tres fórmulas anteriores en la celda **J9**:

- Cuando la celda está completamente fijada y la fórmula se copia o se arrastra a la celda M23, la fórmula resultante es =\$A\$1\*E23.
- Cuando la columna de la celda está fija y la fórmula se copia o se arrastra a la celda M23, la fórmula resultante es =\$A15\*E23.
- Cuando el renglón de la celda está fijo y la fórmula se copia o se arrastra a la celda M23, la fórmula resultante es =D\$1\*E23.
- Cuando ninguna celda en la fórmula tiene un elemento fijo como en el siguiente ejemplo =A1\*B9 y la fórmula se copia o se arrastra a la celda M23, la fórmula resultante es =D15\*E23.

La relación entre celdas se mantiene según sea el caso. Entre la celda de origen J9 y la celda destino M23, hay dos columnas en medio de las columnas J y M (las columnas K y L) y hay 13 renglones entre los renglones 9 y 23 (los renglones 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, y 22). Esta misma relación entre celdas se da entre el par de celdas en las fórmulas de origen (A1, B9) y el par de celdas en las fórmulas de destino (D15, E23).

**f)** Implementaremos la construcción de una aplicación para resolver el sistema de ecuaciones que plateado. Favor de poner atención y seguir los pasos que se presentarán. Participe en la dinámica que aquí se utilizará.

La construcción efectuada aquí sirve para problemas similares, con el mismo número de incógnitas y ecuaciones; sin embargo la implementación puede ser aumentada para servir a un número mayor de incógnitas y ecuaciones, en cuyo caso su utilidad se acrecentará.

g) Conteste las siguientes preguntas:

• ¿Qué le pareció la construcción hecha para resolver el sistema de ecuaciones? ¿Cómo se compara con lo que ofrecen otros software?

- ¿Cree usted que podría aumentar el número de incógnitas y ecuaciones que soporte su construcción?
- ¿Había tenido experiencias previas implementando construcciones con la hoja de cálculo, para resolver situaciones de problemas matemáticos?
- ¿En una escala del 1 al 10, siendo 10 el máximo, qué tan útil considera el uso de la hoja de cálculo, para su aplicación a problemas de la escuela?

### Actividad 22. El problema de llenado y vaciado de recipientes

Los problemas donde aparecen los recipientes son muy populares por ser problemas con muchas características que pueden ser matemática y didácticamente aprovechadas. Entre los aspectos que pueden estudiarse con recipientes están su construcción o manufactura, su forma, la optimización de su construcción, su volumen y dimensiones, su acomodo y apilamiento, su transportación o manipulación, su resistencia a la presión o compresión, su rapidez de llenado o vaciado, entre otros.

Curricularmente, es frecuente encontrar que en cursos como el Álgebra, el Cálculo, la Geometría, la Trigonometría, las Ecuaciones Diferenciales y la Estadística se recurre al contexto de los recipientes como tema de interés.

Nosotros utilizaremos los recipientes para estudiar la resolución de **Sistemas de Ecuaciones Lineales** de solución única, usando el método de **Determinantes**. Para ello, consideremos el siguiente contexto:

Un contenedor de agua para riego controlado, en un invernadero de producción agrícola orgánica, tiene capacidad de un metro cúbico (Ver la **Figura 4**). El contenedor se encuentra a **1/4** de su capacidad y se tiene que **regar por una hora**. El contenedor tiene **5** llaves de llenado y **3** llaves de vaciado. De las **5** llaves de llenado, sólo una es grande, un par de llaves medianas y las dos sobrantes son chicas. Por el lado de las llaves de vaciado, se tienen los mismos diámetros, pero en este caso se cuenta con una de cada tipo.



Figura 4: Contenedor de agua con 5 llaves de llenado y 3 llaves de vaciado.

El experimentado operador del sistema de riego sabe que hay **3** configuraciones usadas en el invernadero, de acuerdo al sistema usado para una hora de riego y según el agua necesaria y el tipo de planta.

Cuando las plantas necesitan más agua, se abre sólo la llave *grande* de *vaciado* del contenedor y también se abren las 2 llaves de **llenado chicas**, al igual que las 2 llaves de **llenado medianas**. Con esta configuración al contenedor se le agregan **10/29** de la capacidad.

El operador también abre **una llave chica y la llave grande** para **llenar** el contenedor y abre **la llave mediana** de **vaciado** cuando la necesidad de agua de riego es mediana, en cuyo caso se habrán agregado al término de la hora de riego **11/29** de la capacidad del recipiente.

En la tercera configuración de riego, el operador abre **la llave chica** de **riego** y también abre **una de las llaves medianas y la llave grande** de **llenado**, con lo que capta **21/29** adicionales de agua para el contenedor.

#### Actividad 1

a) Plantee el sistema de ecuaciones lineales que representa la capacidad de flujo de las llaves del contenedor y escríbalo en su forma matricial.

b) Otra vez, acceda a su <u>Cuenta de Google</u>, cree un archivo de <u>Hojas de Cálculo de Google</u> y posteriormente póngale un nombre al archivo, siguiendo el formato Nombre\_Apellido\_Recipiente de Regado. Debe de *personalizar* el nombre del archivo con *su primer nombre* y *su primer apellido* (*no use acentos o la letra ñ*) como se muestra en el ejemplo: *Jose\_Pena\_Recipiente de Regado*. La persona del ejemplo se llama José Peña, pero *debido a la restricción* que se puso, fueron *excluidos el acento y el tilde de la letra ñ*.

Abra el siguiente enlace con <u>el formato sugerido</u> y use las teclas **CTRL+C** para copiarlo íntegramente, debiendo pegarlas con las teclas **CTRL+V** en su archivo de la hoja de cálculo. Así se le facilitará acomodar los datos y resolver el sistema de ecuaciones de la actividad anterior.

**c)** En su archivo de hoja de cálculo, capture los valores correspondientes del sistema de ecuaciones lineales que planteó y *complete las matrices siguiendo el código de colores* <u>del formato sugerido</u>, para poder calcular sus determinantes.

En lugar de capturar de nuevo los números de la matriz extendida original de uno en uno, **le recomendamos** hacerlo como **una fórmula** (Ejemplo: **=A1**) y **usar el arrastre**. De esta manera, será más preciso y rápido, si es que no comete errores.

**d)** Use la función <u>MDETERM</u> de la categoría de **Matriz.** Con ella calcule los determinantes de todas las matrices que construyó con el sistema de ecuaciones lineales.

Recuerde que si necesita ayuda, puede acceder al enlace que tiene disponibles y leer como se usa el comando propuesto.

e) Termine de resolver el sistema de ecuaciones e interprete los resultados obtenidos. Explique el significado de los valores que obtuvo para los tres tipos de llaves.

Ahora bien, si la cantidad de agua que sale de las llaves, es directamente proporcional al área de su boca cuando está completamente abierta y si los diámetros de las bocas más usados son de ¼, ¾, ½, ‰, ¾, 1, 1½, y 2 pulgadas, ¿podrá encontrar los diámetros de las llaves usadas en el contenedor?

**f)** Con el cuarto de su capacidad que tiene el contenedor al principio, ¿cuánto tiempo tardaría en llenarse el contenedor, si se abrieran todas las llaves de llenado y ninguna de las llaves de riego?

g) Conteste los siguientes dos puntos.

- Construya una lista con otras preguntas que crea posible responder usando la información de este problema.
- Explique al menos 2 maneras en las cuales haría que el número de incógnitas del sistema de ecuaciones lineales creciera, para sistemas con solución única. Agregue también una forma de obtener un sistema de ecuaciones con múltiples soluciones.

## Actividad 23. ¿Qué aprenden los estudiantes cuando usamos tecnología en clase?

En un artículo ya clásico, sobre la resolución de problemas y el uso de tecnología en las clases de matemáticas, Abramovich & Brown<sup>1</sup>, ellos usan la metáfora del automóvil para referirse al uso de la tecnología para enseñar y aprender matemáticas. Una versión recreada de esta metáfora podría describirse en los siguientes términos:

Una persona tiene que caminar a comprar leche hasta la tienda de su barrio, que está a una distancia de 100 m. de su casa. Si le proporcionamos un automóvil para que vaya por la leche, posiblemente le estemos ocasionando más problemas de los que le estemos resolviendo. Usar automóviles en contextos tan limitados podría resultar poco útil e incluso contraproducente, lo cual no significa que esta tecnología deba ser desechada. La pregunta no es entonces, ¿cómo usar el automóvil para ir a la tienda del barrio?, sino más bien, si tenemos un automóvil, ¿qué uso podemos darle en lo general?

La metáfora del automóvil también puede presentarse en el salón de clases, cuando un profesor que tiene que hacer algunos cálculos, se pregunta ¿cómo podemos usar la computadora para ejecutarlos?, cuando la pregunta debiera ser, ¿qué ventajas ofrece en general el uso de la computadora cuando pretendemos enseñar matemáticas?

Se discutirá aquí esta última pregunta a través del planteamiento de dos problemas.

Problema 1.

Un recipiente contiene dos litros y medio de agua, ¿qué cantidad de alcohol tendrá que mezclarse con el agua, para que la mezcla contenga 10% de alcohol?

1. Resuelva en su equipo el problema.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Abramovich, S., & Brown, G. (1996). Integrating problem solving, technology and the experience of mathematical discovery in teacher education. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 1996, 15(4), 323-338.

- a) ¿Cuál fue la principal dificultad para comprender el problema?
- b) ¿Cuál fue la principal dificultad para resolver el problema?
- Supongamos ahora que un profesor le plantea el problema a un grupo de estudiantes, pero en general no logran comprender el problema. Discuta con sus compañeros de equipo y responda las preguntas siguientes:
- a) ¿Qué podría hacer el profesor para ayudarlos a comprender el problema?
- b) ¿Habrá alguna tecnología en la que pueda apoyarse el profesor para ayudar a sus estudiantes a comprender el problema?
- 3. Supongamos que el profesor les propone que verifiquen si la solución es un litro de alcohol, ¿con qué propósito lo haría?
- 4. Parece que los estudiantes han comprendido el problema, pero no pueden construir el modelo algebraico que lo resuelve, ¿qué podría hacer el profesor?
- 5. Si los estudiantes pudieran explorar otras soluciones, ¿con qué tecnología pudieran sistematizar sus exploraciones?

Mayo-Agosto 2015

- 6. ¿Cuál será el tema que el profesor está enseñando?
- 7. ¿Qué aspectos del tema le interesa enfatizar?
- 8. ¿Qué puede usted concluir sobre el uso de la tecnología después de lo que se ha discutido sobre este problema?

#### Problema 2.

Un profesor proporciona a sus estudiantes una construcción geométrica como la siguiente, de la cual se muestran dos aspectos:



Esta construcción se ha trazado un cuadrado ABCD de lado 10, la diagonal AC y sobre esta diagonal se ha trazado un punto P. Al mover P sobre la diagonal, el segmento FG se mantiene perpendicular a la diagonal y el triángulo AFG cambia.

- 1. Haga usted la construcción anterior en GeoGebra.
- 2. El profesor les da a sus estudiantes las instrucciones siguientes:

- a) "Arrastren el punto P sobre la diagonal y observen las cantidades que varían y las que no varían en la construcción. Hagan una lista con las cantidades que varían y otra con las que no varían"
- b) "Entre las cantidades que varían, establezca qué cantidades dependen de otras"
- 3. Siga usted las instrucciones del profesor y realice las dos actividades anteriores, luego responda la pregunta siguiente: ¿Qué propósitos perseguirá el profesor al proponer estas actividades a sus estudiantes?
- 4. Luego el profesor da a sus estudiantes las instrucciones siguientes:
  - a) "Seleccionemos dos de las cantidades que varían y que dependen una de la otra, por ejemplo el área del triángulo AFG y el su altura AP. Observe la manera como dependen una de la otra y bosqueje una gráfica cartesiana del área contra la altura".
- 5. Haga usted el bosquejo solicitado por el profesor y luego responda la pregunta: ¿Qué pretenderá lograr el profesor proponiendo esta actividad a sus estudiantes?
- 6. El profesor instruye a sus estudiantes para que grafiquen en GeoGebra la función área. Las instrucciones son las siguientes:
  - a) "Capture en la barra de entrada de GeoGebra el punto (h,At), donde h y Ar son las etiquetas que GeoGebra asigna al segmento AP y al triángulo AFG respectivamente. Si las etiquetas no son éstas, renómbrelas para que lo sean".
  - b) "Arrastre el punto P para hacer variar el punto (h,At) y haga que este último punto deje rastro para que trace la gráfica"
- Siga las instrucciones del profesor y luego formule algunas preguntas que usted haría a los estudiantes sobre el resultado que han obtenido. Explique con qué propósitos haría estas preguntas.
- 8. ¿Cuál será el tema que el profesor está enseñando?

9. ¿Qué aspectos del tema está tratando de enfatizar?

## Actividad 24. Usar tecnología en la clase de matemáticas, ¿para qué?

A la luz de las actividades que desarrolló para abordar los dos problemas de la actividad anterior, responda las preguntas siguientes:

- ¿Qué papel está jugando el profesor al que se refieren las actividades, durante el desarrollo de éstas?, ¿y qué papel está jugando el estudiante?
- 2. ¿Qué ventajas tiene a su juicio usar tecnología como se está haciendo en la actividad anterior?
- 3. ¿Hay aspectos de la matemática que se estarían descuidando al usar tecnología?
- 4. ¿Qué relación encuentra usted entre el uso de la tecnología en el aula y la resolución de problemas?