



Diplomado: “Problemas, Tecnología y Enseñanza de las
Matemáticas”

MÓDULO 2

Sesión 2

Material del Participante. Diplomado "Problemas, Tecnología y Enseñanza de las matemáticas", fue elaborado en mayo de 2015 por la Universidad de Sonora, bajo convenio de colaboración con la Universidad Tecnológica de Hermosillo.

Universidad de Sonora
Dr. Heriberto Grijalva Monteverde
Rector
Dr. Enrique Fernando Velázquez Contreras
Secretario General Académico

Universidad Tecnológica de Hermosillo
Ing. Juan Francisco Gim Nogales
Rector
Mtra. Guadalupe Marmolejo
Directora Académica

Maestro Sergio Hallack Sotomayor
Responsable institucional por UTH

Autores: Personal del Bufete de Asesoría en Educación Matemática de la Universidad de Sonora:

José Luis Soto Munguía
Silvia Elena Ibarra Olmos
Jorge Ávila Soria

Reservados todos los derechos. El contenido de esta obra no podrá ser reproducido total ni parcialmente, ni almacenarse en sistemas de reproducción, ni transmitirse por medio alguno sin permiso de los titulares de los derechos correspondientes.

Primera Edición: 2015
D.R. © Universidad de Sonora 2015
Blvd. Rosales y Luis Encinas s/n. Col. Centro
C.P.83000, Hermosillo, Sonora, México.
ISBN en trámite

Actividad 4. ¡Cuidado con el autobús!

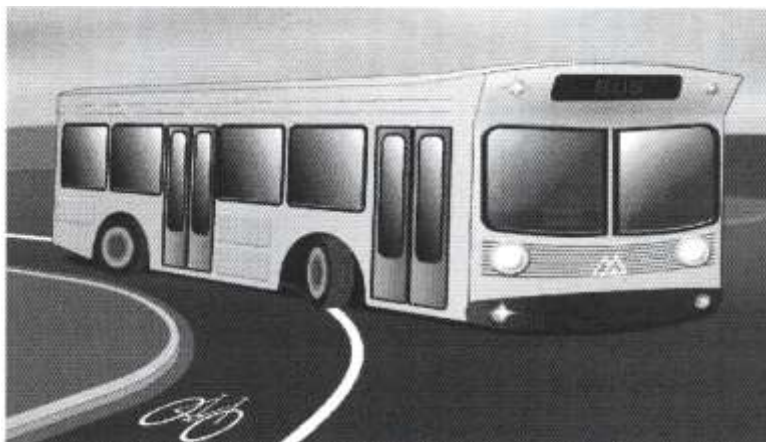
Dados los frecuentes congestionamientos vehiculares que se viven cotidianamente en las grandes urbes, en muchas de ellas se promueve como política pública el uso de las bicicletas. Sin embargo, conducir una bicicleta requiere de conocer reglas básicas de circulación vial. En la dirección siguiente, encontramos un video sobre el tema:

<https://www.youtube.com/watch?v=B7W4Y-Zthqw>

Vamos a retomar una de las recomendaciones expuestas en el video, para plantear la siguiente situación, cuyo título original es Solving Quadratic Equations: *Cutting Corners*¹, la cual forma parte del proyecto Mathematical Assesment Resource Services, desarrollado por University of Nottingham & UC Berkeley.

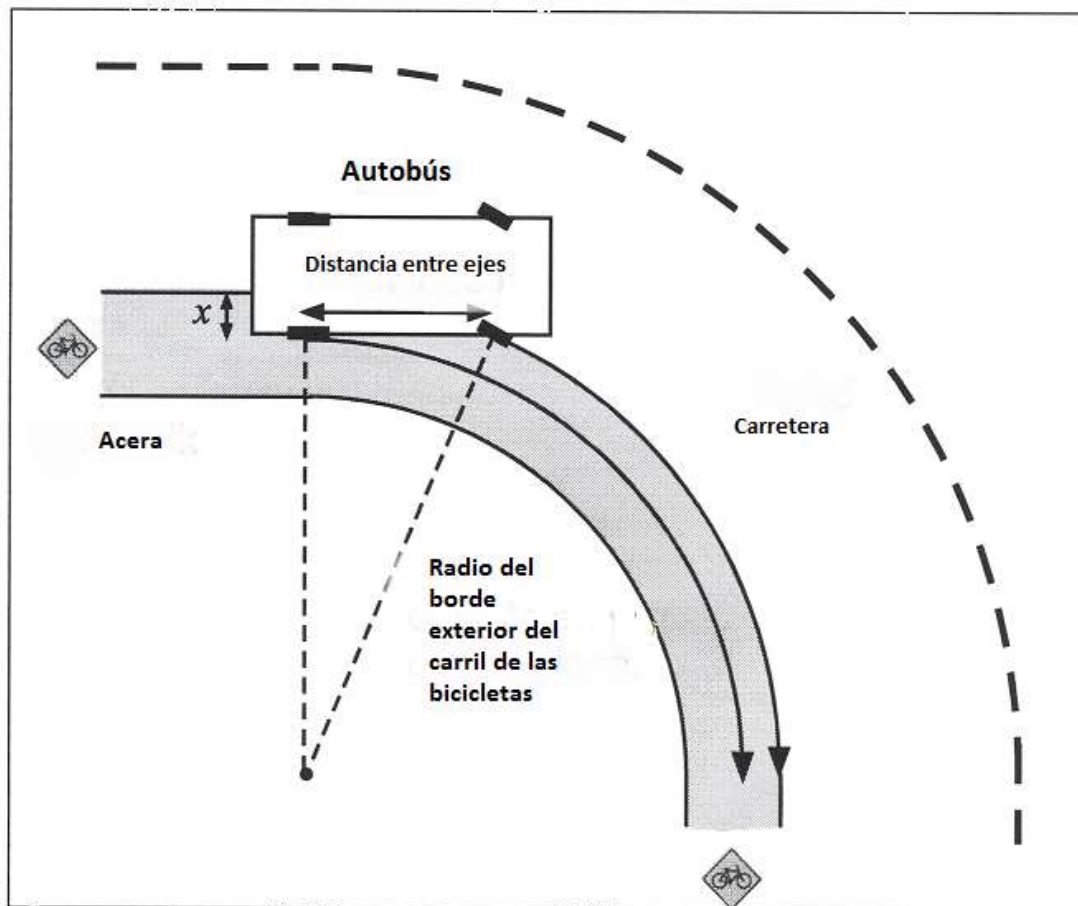
Inténgense en equipos de tres profesores. Lean y discutan la situación que se expone continuación:

Cuando un camión o autobús da la vuelta en una esquina, el conductor debe maniobrar el volante de tal manera que logre desplazarlo hacia afuera, para que las ruedas traseras no invadan el carril por el cual circulan las bicicletas. En la imagen que se presenta a continuación, conforme el autobús gira en la curva, la rueda delantera está en el borde del carril de las bicicletas, pero la rueda trasera está dentro de éste.



¹ Los permisos necesarios para traducir y presentar este material en esta sección del Diplomado fueron concedidos por Daniel Pead, del Shell Centre for Mathematical Education de la Universidad de Nottingham.

Construyendo la geometría de la situación



El diagrama mostrado nos ayudará a construir la interpretación geométrica de la situación presentada. Llamaremos **distancia entre los ejes** a la distancia entre las llantas delantera y trasera del autobús; la representaremos con la literal w . La letra r representará el radio del borde exterior del carril asignado a las bicicletas. La distancia marcada con x nos indica qué tanto la llanta trasera invade el carril de las bicicletas.

¿Sabe Usted qué función tienen las llantas delanteras y traseras de un autobús? ¿Cómo se mueven? ¿Cómo es la distancia entre los ejes entre cada par de llantas? Las llantas delanteras giran para dirigir el autobús, en cambio las traseras están fijadas en paralelo al cuerpo del mismo. La distancia entre ejes entre cada par de llantas es fija.

Como ya dijimos, la distancia fija entre los ejes de la llanta delantera y la trasera se llama **distancia entre ejes**. Cuando las llantas delanteras giran en la esquina de una calle, describen un círculo en la calle.

¿Qué sucede al mismo tiempo con la rueda trasera? La rueda trasera corta la esquina.

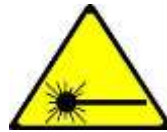
Si hemos comprendido lo anterior, respondamos en equipo los siguientes cuestionamientos.

1. Utilice el diagrama para probar que $x^2 - 2xr + w^2 = 0$.
2. Si $w = 10$ pies y $r = 17$ pies, ¿Qué tanto invadirá la rueda trasera el carril de las bicicletas?
3. ¿A qué distancia deberá el conductor colocar la rueda delantera del borde del carril de las bicicletas para que la llanta trasera no invada dicho carril, sino que justamente ésta se coloque sobre el borde exterior de dicho carril?
4. En la pregunta 1 se muestra una ecuación cuadrática como modelo de la situación. Con las medidas propuestas en la pregunta 2, aparece una ecuación cuadrática particular.
 - a) ¿Cuántas soluciones tiene esta ecuación cuadrática?
 - b) ¿De qué tipo son?
 - c) ¿Tienen sentido las dos soluciones en la situación planteada? Argumente su respuesta.
5. Intente complementar esta actividad con una propuesta que involucre el uso de algún recurso tecnológico, de tal manera que éste apoye la comprensión y solución de la situación planteada. Trate de concretar su propuesta, pero si esto no le resulta posible, por lo menos plantéela en términos de su planeación.
6. Una vez concluido el trabajo en equipo, se organizará una discusión grupal, donde cada uno de los equipos presentará los resultados de su trabajo.

Actividad 5. Señales y su normatividad²

Introducción. El Sistema Nacional de Protección Civil es un organismo que depende de la Secretaría de Gobierno y su función principal es regular las medidas necesarias para la prevención de emergencias y desastres a nivel federal, estatal y municipal.

1. Enseguida se presentan una serie de señales utilizadas en materia de protección civil.



- ¿Conoce alguna(s)? ____ ¿Cuál(es)?
- ¿En dónde la(s) ha visto?
- ¿Sabe lo que significa(n)?
- ¿Por qué son de diferente forma y color?

Figura 1. Señales y avisos para protección civil

Dentro de las responsabilidades de Protección Civil está precisamente la de establecer las **reglas** para estas señales y avisos y vigilar su cumplimiento. Estas reglas regulan los colores, formas y símbolos que se deben utilizar en todos los espacios de los sectores público, social y privado con el fin de que sean las mismas en todas partes y así puedan ser fácilmente identificadas por toda la población del territorio mexicano³.

Las reglas incluyen también el tamaño mínimo que deben tener las señales con el fin que sean claramente visibles desde la distancia que requiera el aviso que representan.

² La versión original de esta actividad fue publicada en Matemáticas I, Módulo de Aprendizaje. Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora en junio de 2013. Fue adaptada para presentarse aquí con permiso de los autores.

³ Puedes consultar textualmente todo lo que se refiere a esta reglamentación en la “NORMA Oficial Mexicana NOM-003-SEGOB-2011, Señales y avisos para protección civil.- Colores, formas y símbolos a utilizar”, la cual puede ser consultada vía electrónica en: <http://www.repositoriodigital.ipn.mx/bitstream/handle/123456789/5682/NOM-003-SEGOB-2011.pdf?sequence=1>.

Seguramente se habrá Usted dado cuenta que tiene distinto tamaño un aviso para identificar el baño de hombres o mujeres dentro de un lugar público, que el que tiene, en un sitio similar, el aviso de una salida de emergencia o de una ruta de evacuación.

2. La Norma oficial establece que la dimensión de las señales debe ser tal, que el área superficial mínima (A) –es decir, el tamaño mínimo de la señal– y la distancia máxima de observación (D) –es decir, desde donde debe ser visible– cumplan con la siguiente relación:

$$A = \frac{D^2}{2000}$$

Además, en la regla se especifica que A se mide en metros cuadrados y D en metros. También se establece que esta relación se aplica solamente *si la distancia máxima de observación D es mayor que 5 m.*

En el applet de GeoGebra "observador", se simula una situación en la que se presenta una señal, un observador y una distancia máxima de observación.

- a. "Arrastra" el punto P y anota lo que observas
- b. Mueve el punto Q y describe los cambios observados.
- c. Mueve el punto Q hasta colocarlo a 16 m de distancia de la señal y determina el área mínima de la señal.
- d. Ahora mueve el punto Q hasta colocarlo a 7 m de distancia de la señal y determina el área mínima de la señal.
- e. Ahora mueve el punto Q hasta colocarlo a 5 m de distancia de la señal y determina el área mínima de la señal.

3. Veamos si queda claro cuándo y cómo se aplica la regla:
- Si se requiere que una señal sea visible desde 10 m , ¿se aplica la relación? _____ Si la aplica, ¿cuál es el valor del área de dicha señal?
 - Si $D = 25\text{ m}$, ¿se aplica la relación? _____ Si la aplica, ¿cuál es el valor de su área?
 - Si $D = 5\text{ m}$, ¿se aplica la relación? _____.

Hay lugares en los que no es necesario que la señal se pueda ver desde 5 m o más, por ejemplo en las entradas a algún establecimiento o lugar de trabajo en donde nos avisan que no se deben introducir alimentos. Para estos casos la regla establece que, como mínimo, **el área mínima de la señal debe ser de 125 cm^2** .

4. Considerando la relación $A = \frac{D^2}{2000}$, complete la tabla para determinar el área superficial mínima que debe tener una señal para que sea visible desde la distancia indicada:

Distancia (m)	Área superficial mínima (m^2)
5	
10	
15	
20	
25	

5. En un plano cartesiano grafique los puntos encontrados en la tabla de la pregunta 3, tomando en cuenta que en el eje vertical (Ordenadas) representará el valor de las áreas encontradas y en el eje horizontal (abscisas) las distancias. Una los puntos mediante una curva suave.



6. ¿Cuál es la distancia desde donde pueden ser visibles las señales siguientes, si sus áreas son las indicadas?

a) $0.0245 m^2$



b) $0.01620 m^2$



c) $0.01922 m^2$



d) $0.0720 m^2$



Actividad 6. Otra perspectiva sobre las señales

Seguramente se habrá dado cuenta que las cuatro formas básicas indicadas en la NORMA corresponden con las figuras geométricas siguientes: cuadrado, rectángulo, círculo y triángulo. Particularmente, en el caso de la forma rectangular se precisa que "la

proporción del rectángulo podrá ser desde un cuadrado y hasta que la base no exceda el doble de la altura".

Para aquellas personas interesadas en el diseño de este tipo de señales, un problema importante es encontrar las dimensiones lineales (medidas de lados, de alturas, de radios) que determinan las áreas que deben tener sus diseños para que puedan ser visibles a una distancia requerida.

Por ejemplo, si se requiere una señal de forma cuadrada con área de 0.05 m^2 , la medida de sus lados se calcula mediante la raíz cuadrada de dicha área y debe ser de 0.223606798 m , que aproximadamente equivale a 22.4 cm . Esto es:

- El área superficial de una señal para que sea visible a una distancia de 20 m debe ser de 0.2 m^2 . ¿Qué dimensiones mínimas deberán tener una serie de señales para que sean visibles a esa distancia máxima de 20 m ? Considere cada una de las cuatro formas básicas.

a) Cuadrada

$$A = 0.2 \text{ m}^2, \quad A = l^2$$



$$l = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) Rectangular, considerando que la longitud de la base es igual al doble de la altura.

$$A = 0.2 \text{ m}^2, \quad A = b \times h$$

$2l$

l



$$l = \underline{\hspace{2cm}}$$

c) Circular

$$A = 0.2 \text{ m}^2, \quad A = \pi r^2.$$



$$r = \underline{\hspace{2cm}}$$

d) Triangular

$$A = 0.2 \text{ m}^2, \quad A = \frac{b \times h}{2}, \quad h = \frac{\sqrt{3}}{2} b.$$

$$A = 0.2 \text{ m}^2, \quad A =$$



$$b = \underline{\hspace{2cm}} \quad h = \underline{\hspace{2cm}}$$

- ¿Qué tienen en común los cuatro casos anteriores? ¿En qué se diferencian?

Actividad 7. Diseñando señales

Francisco está diseñando señales que serán colocadas en una nueva empresa industrial. Algunas señales tienen especificaciones que debe atender en su diseño además de las ya indicadas en la Norma. Tal situación lo ha llevado a tomar la decisión de aclarar en primer término las relaciones **entre el área de las figuras y sus dimensiones**, es decir, la relación entre el área y la medida de sus lados, su base, altura o radio para, posteriormente, verificar si lo que puede diseñar cumple con la relación entre A y D que se estipula en la Norma. Con el fin de llevar a cabo lo primero, y entender los valores que toma el área de una figura de acuerdo a las dimensiones que la determinan, se ha planteado algunas interrogantes y ha tratado de responderlas utilizando un software de graficación. Enseguida se presentan tres problemas que concibió Francisco. Responda Usted dichas preguntas, abordándolos algebraica y gráficamente.

1. Dada una señal de forma cuadrada cuya área es de $0.02m^2$, o sea, 200 cm^2 , ¿se puede diseñar una señal de forma circular con igual área?
2. Si se requieren dos señales, una de forma triangular y otra de forma rectangular, esta última con altura $h = 9\text{ cm}$. ¿Se pueden diseñar ambas señales de modo que sus bases y áreas sean iguales?



El planteamiento de la igualdad de áreas que acabas de hacer se puede expresar en términos generales como una ecuación de la forma $ax^2 + bx = 0$. En estos casos su solución se puede obtener llevando a cabo la factorización de la expresión con el fin de utilizar la propiedad del producto: "si $m \times n = 0$, entonces $m = 0$ o $n = 0$ ". En este caso: $x(ax + b) = 0$.

3. Francisco dispone de una lámina de un metro de longitud y debe diseñar una señal de forma triangular y otra de forma cuadrada con áreas iguales. Si debe usar toda la longitud de la lámina, la suma de las bases de las señales deberán ser igual a 1 m. ¿Se pueden diseñar las dos señales con áreas iguales y tal que la suma de sus bases sea igual a un metro?

Para analizar el problema, Francisco utiliza las medidas de la longitud de las bases en decímetros: $1m = 10\text{ dm}$.

Actividad 8. Iniciación al análisis didáctico

Dirigiremos ahora la reflexión hacia los conocimientos matemáticos y didácticos que se ponen en juego en las actividades previas. Para ello, enseguida se formulan una serie de preguntas sobre algunos aspectos que intervienen al momento de diseñar una actividad didáctica.

1. ¿Se corresponde la postura sobre la resolución de problemas presente en el diseño de las distintas actividades con su postura personal? ¿En qué aspectos sí y en cuáles no?
2. ¿Qué opina de los contextos que sirven de base a las actividades planteadas?
3. Desde su perspectiva, ¿cuáles son las conveniencias o inconveniencias de trabajar con contextos de distintos tipos?
4. ¿Qué objetos matemáticos surgieron al resolver las actividades 4, 5,6 y 7?
5. ¿Qué tipo de representaciones de los objetos matemáticos están presentes en las distintas actividades?

6. ¿Cuáles son las ventajas o desventajas de trabajar con uno u otro tipo de representación?

7. ¿Qué papel jugaron los recursos tecnológicos utilizados en las actividades?

8. ¿Qué aprendió como producto del trabajo desarrollado en estas actividades?

9. ¿Qué acciones concretas del instructor considera Usted que contribuyeron a lograr algún aprendizaje? Ejemplifique.

Actividad 9. Una adaptación de la actividad didáctica

1. ¿Qué modificaciones haría a las actividades anteriores (excepto la 8), para que pudiera utilizarse en su propio salón de clases?

2. Plantee la actividad con las modificaciones que usted realizaría.