



Diplomado: “Problemas, Tecnología y Enseñanza de las
Matemáticas”

MÓDULO 2

Sesión 4

Material del Participante. Diplomado "Problemas, Tecnología y Enseñanza de las matemáticas", fue elaborado en mayo de 2015 por la Universidad de Sonora, bajo convenio de colaboración con la Universidad Tecnológica de Hermosillo.

Universidad de Sonora
Dr. Heriberto Grijalva Monteverde
Rector
Dr. Enrique Fernando Velázquez Contreras
Secretario General Académico

Universidad Tecnológica de Hermosillo
Ing. Juan Francisco Gim Nogales
Rector
Mtra. Guadalupe Marmolejo
Directora Académica

Maestro Sergio Hallack Sotomayor
Responsable institucional por UTH

Autores: Personal del Bufete de Asesoría en Educación Matemática de la Universidad de Sonora:

José Luis Soto Munguía
Silvia Elena Ibarra Olmos
Jorge Ávila Soria

Reservados todos los derechos. El contenido de esta obra no podrá ser reproducido total ni parcialmente, ni almacenarse en sistemas de reproducción, ni transmitirse por medio alguno sin permiso de los titulares de los derechos correspondientes.

Primera Edición: 2015
D.R. © Universidad de Sonora 2015
Blvd. Rosales y Luis Encinas s/n. Col. Centro
C.P.83000, Hermosillo, Sonora, México.
ISBN en trámite
La filtración de medicamentos.

Actividad 13. La filtración de medicamentos¹

Una vez que los médicos tienen un diagnóstico sobre la enfermedad que aqueja a un paciente, prescriben la toma de medicamentos a intervalos de tiempo que son aparentemente caprichosos. En la receta de la Figura 1, por ejemplo, se muestran dos medicamentos (enmarcados en color amarillo) que deberán tomarse en el horario indicado.

37 W 658425

INSTITUTO MEXICANO DEL SEGURO SOCIAL

DIRECCION DE PRESTACIONES MEDICAS
RECETA INDIVIDUAL

NOMBRE Y NUMERO DE AFILIACION DEL ASEGURADO: [REDACTED]

NOMBRE DE MEDICO: [REDACTED]

INSTITUCION: [REDACTED]

Furorsemide grageas	ciento ochenta grageas	GRAT	CLAVE	TEL
2 grageas cada ocho horas por 2 semanas		CÉDULA PROFESIONAL		
		PRESTADO SECRETARIA DE SALUD		
		RECETA		
Pentroxilina grageas	noventa grageas	GRAT	CLAVE	TEL
1 gragea diaria por dos semanas		FIRMA DEL MEDICO		
		AUTORIZACION		

COPIA PARA EL ENFERMERO

Figura 1

1. En la receta de la Figura 1, se especifica que las grageas de Furorsemide, deben suministrarse 2 cada ocho horas, ¿será equivalente suministrar 1 gragea cada cuatro horas? Argumente su respuesta.

El criterio para establecer los horarios en los que deben tomarse los medicamentos, está relacionado con la cantidad de sustancia activa que contiene cada medicamento, con la cantidad de sangre del paciente y con la cantidad de sustancia activa que desechan los riñones al filtrar la sangre.

Para construir un modelo matemático que explique la manera como el riñón filtra la sangre para eliminar sustancias extrañas, se desarrollará la actividad siguiente.

¹ Las ideas principales de esta actividad han sido tomadas del sitio denominado ILLUMINATIONS, y adaptadas para el presente diplomado. El sitio es administrado por el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (<http://illuminations.nctm.org>) y usted podrá encontrar ahí, una gran cantidad de actividades para la enseñanza de diversos tópicos de matemáticas en diferentes niveles educativos.

13.1. Construyendo un modelo para la filtración de la sangre (individual)

Partiremos de una situación inicial, en la que se ha llenado una jarra con cinco litros de agua (que representará la cantidad de sangre de una persona adulta). Con un gotero se agregará a la "sangre" unas gotas de pintura vegetal de color rojo (que representarán 1000 mg de una sustancia activa que se ha introducido en la "sangre"). Ver Figura 2.

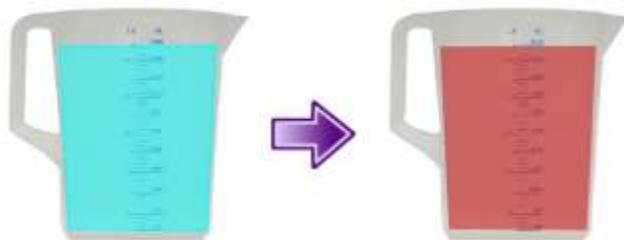


Figura 2

Supongamos que después de cuatro horas, el riñón ha filtrado la quinta parte de la sustancia. Esto lo podemos representar retirando un litro de líquido de la jarra y sustituyéndolo con la misma cantidad de agua (ver Figura 3)

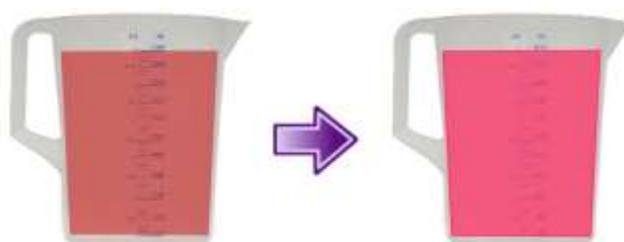


Figura 3

1. ¿Cuántos miligramos de la sustancia permanecerán en la "sangre" después de esta primera filtración?

Transcurridas cuatro horas más, el riñón habrá filtrado, en una segunda filtración, la quinta parte de la sustancia restante en la sangre. Representamos esta nueva situación, retirando de la jarra un litro de líquido y sustituyéndolo con un litro de agua. Ver Figura 4.

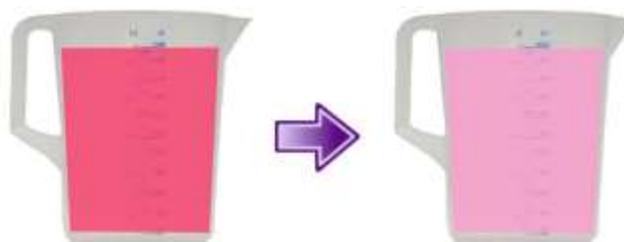


Figura 4

- ¿Cuántos miligramos de la sustancia quedarán en la "sangre" después de esta segunda filtración?

A lo largo de cuatro horas más, el riñón filtrará la quinta parte de la sustancia que aún permanece en la "sangre". De nuevo la situación puede representarse repitiendo la operación de retirar un litro de líquido de la jarra y sustituyéndola con un litro de agua (ver Figura 5).

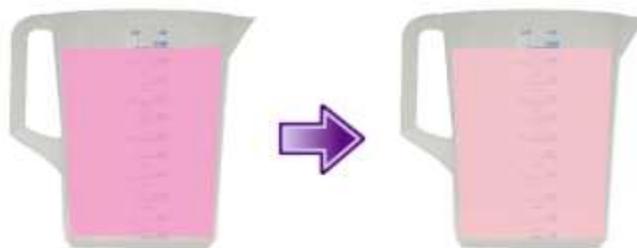


Figura 5

- ¿Cuántos miligramos de la sustancia quedarán en la "sangre" después de esta tercera filtración?

Responda ahora las siguientes preguntas generales sobre esta situación:

- ¿Qué parte de la sustancia permanece en la sangre después de cada filtración?
- ¿Qué parte de la sustancia permanecerá en la sangre después de 6 filtraciones?
- Exprese algebraicamente la cantidad de sustancia que permanecerá en la sangre después de n filtraciones.
- ¿Cuántas filtraciones serán necesarias para que la sustancia desaparezca de la sangre?
- ¿Con qué propósito se usará pintura vegetal, para simular la presencia de sustancia en la sangre?

13.2. Graficando el modelo (en equipo)

Abra el software GeoGebra y modifique los ejes (ver Figura 6), de tal modo que la escala entre el eje de las abscisas y el de las ordenadas sea la escala 1:100.

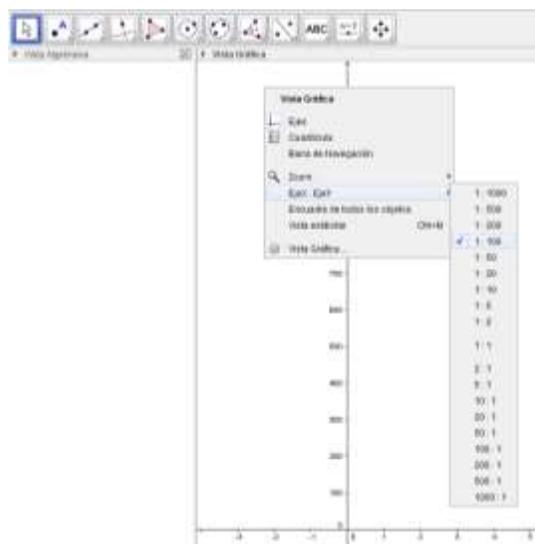


Figura 6

Si x es el número de horas que transcurren después de que el paciente ha tomado el medicamento, grafique la función

$$f(x) = Ab^{\frac{x}{c}}$$

Con $A = 1000$, $b = \frac{4}{5}$ y $c = 4$.

1. Explique lo que significan los parámetros A , b y c en el fenómeno de filtración de la sangre.
2. ¿Qué representan las unidades mostradas en el eje de las abscisas?
3. ¿Qué representan las unidades mostradas en el eje de las ordenadas?
4. ¿Qué representa el valor de la ordenada de $f(x)$, cuando $x = 0$?
5. ¿Por qué la función $f(x)$ es siempre decreciente?
6. Si queremos que el paciente conserve siempre una cantidad mayor de 500 mg de medicamento en la sangre, ¿a los cuántas horas tendremos que suministrar medicamento de nuevo? Justifique su respuesta.
7. Haga Usted otra pregunta relacionada con la función que ha graficado.

13.3. Modificando los parámetros del modelo (en equipo)

Ahora considere que el riñón filtra $\frac{1}{4}$ de la sustancia cada cuatro horas, ¿en qué cambiaría la función $f(x)$?

1. Llame $g(x)$ a la nueva función y gráfiquela con GeoGebra, sobre el mismo plano en el que ha graficado $f(x)$.
2. Compare las gráficas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$. Formule y responda dos preguntas sobre esta comparación.

Abra una “Nueva ventana” de GeoGebra. En esta nueva ventana, grafique las funciones $f(x) = 1000 (4/5)^{x/4}$ y $h(x) = f(x) + 1000 (4/5)^{(x-12)/4}$.

1. Trace un punto P sobre el eje de las abscisas y solicite a GeoGebra sus coordenadas. Trace luego la perpendicular al eje X, que pase por P y luego pida a GeoGebra los puntos de intersección (con coordenadas) de la recta, con las gráficas de las funciones $f(x)$ y $h(x)$.
2. Arrastre el punto P sobre el eje X, hasta que sus coordenadas sean (12,0). ¿Cuáles son los valores de las funciones $f(x)$ y $h(x)$, cuando $x = 12$?
3. ¿Qué está modelando la función $h(x)$?
4. Formule y responda dos preguntas sobre la función $h(x)$.

Si Usted propusiera esta secuencia de actividades a sus estudiantes:

1. ¿Qué partes de la secuencia cambiaría u omitiría? Justifique su respuesta.
2. Formule dos preguntas que usted intercalaría en la secuencia, indique la parte de la secuencia en la que se intercalaría cada pregunta y explique sus razones para hacerlo.

Actividad 14. Las tarifas de agua potable

Con frecuencia se escuchan quejas sobre la calidad de los servicios públicos que se utilizan cotidianamente, sobre todo en lo referente a la correspondencia entre la calidad del servicio que se recibe y su pago, aunque muchas de las veces ni siquiera se tiene conocimiento sobre las tarifas vigentes, quién las propone, quién las aprueba, bajo cuáles criterios se establecen, etc.

En esta actividad conoceremos las tarifas de agua potable de tres ciudades del Estado de Sonora, -Hermosillo, Ciudad Obregón y Nogales-, estudiaremos algunas nociones matemáticas que permiten modelar la situación que se presenta y compararemos los

pagos que deberían hacerse por un mismo consumo en cada una de las ciudades mencionadas.

Como es del conocimiento público, existen diferentes tipos de tarifas (de uso doméstico, comercial e industrial, rural, urbano, entre otras). Para simplificar la situación, se centrará la atención en las tarifas de uso doméstico.

14.1 Las tarifas de agua potable en la ciudad de Hermosillo, Son. Trabajo individual

El lunes 29 de diciembre de 2014 fue publicado en el Boletín Oficial del Gobierno del Estado de Sonora la Ley Número 219, de Ingresos y Presupuesto de Ingresos del H. Ayuntamiento del Municipio de Hermosillo, Sonora, para el Ejercicio Fiscal 2015. En ella, en el Artículo No. 36 aparece la siguiente información, que ha sido transcrita del mencionado artículo.

Artículo 36.- Los usuarios pagarán mensualmente por el consumo de agua potable en predios e inmuebles conforme a las tarifas que se presentan a continuación:

Tarifa para uso doméstico: Este tipo de tarifa se aplicará a los usuarios cuya toma se encuentre instalada en inmuebles o predios no utilizados para fines productivos, de negocios, comerciales o de servicios y que el agua vertida de dicha se destine estrictamente a usos domésticos (no incluye el servicio de drenaje), conforme a la siguiente tabla:

Rango de consumo (en metros cúbicos)	Tarifa en moneda nacional
De 0 a 10	\$65.92 tarifa mínima obligatoria
De 11 a 15	\$6.15 por metro cúbico
De 16 a 20	\$8.56 por metro cúbico
De 21 a 25	\$8.58 por metro cúbico
De 26 a 30	\$8.56 por metro cúbico
De 31 a 35	\$8.74 por metro cúbico
De 36 a 40	\$14.38 por metro cúbico
De 41 a 45	\$14.38 por metro cúbico
De 46 a 50	\$14.38 por metro cúbico
De 51 a 55	\$49.63 por metro cúbico
De 56 a 60	\$49.63 por metro cúbico
De 61 a 65	\$49.63 por metro cúbico
De 66 a 70	\$50.54 por metro cúbico

De 71 a 75	\$50.54 por metro cúbico
De 76 en adelante	\$54.50 por metro cúbico

Tabla 1. Tarifa urbana doméstica para el año 2015 en Hermosillo, Sonora.

Para determinar el importe mensual por consumo de agua al usuario doméstico se continuará con el mismo procedimiento que se ha aplicado en años anteriores, que consiste en considerar un cobro mínimo, que para el ejercicio fiscal 2015 será de \$65.92 para los primeros 10 metros cúbicos. Para los consumos mayores de 10 metros cúbicos se le sumará a este cobro mínimo el producto de los siguientes 5 metros cúbicos por la tarifa correspondiente, así se repetirá esta operación con los siguientes rangos, hasta llegar al rango donde se ubica el consumo mensual del usuario en metros cúbicos, sumando a los importes calculados anteriormente el producto de los metros cúbicos pendientes de cobro por la tarifa correspondiente a este último rango de consumo que aplica para un usuario en particular.

a) A partir de la información anterior, calcule cuánto se pagará por los siguientes consumos en metros cúbicos (sin considerar ningún cargo extra).

Número de metros cúbicos consumidos	Cálculo del pago en forma desarrollada	Resultado
10		
24		
32		

14.2 Las tarifas de agua potable en Ciudad Obregón, Son. Trabajo individual

En la dirección electrónica siguiente, donde se encuentra la información correspondiente del organismo operador de agua de Ciudad Obregón, Sonora,

encontramos la información de las tarifas de agua que se cobran a los usuarios urbanos del servicio doméstico:

<http://www.oomapasc.gob.mx/portal/servicios/tarifas/tarifaurbanadomestico>

Las cuales son la versión actualizada a julio de 2015 de las que se pueden encontrar en el Artículo 32 de la Ley de Ingresos y Presupuesto de Ingresos del Ayuntamiento del Municipio de Cajeme, Sonora, para el ejercicio fiscal de 2015, publicado en el Boletín Oficial del Gobierno del Estado de Sonora.

RANGO	TARIFA AGUA	IVA	ALCAN	TOTAL	SANEA_MIENTO	IMP. TOTAL
BASE	\$ 37.76		\$ 19.64	\$ 57.40	\$ 14.73	\$ 72.12
0-10	\$ 4.14		\$ 2.15	\$ 6.29	\$ 1.61	\$ 7.90
11-20	\$ 5.13		\$ 2.67	\$ 7.79	\$ 2.00	\$ 9.79
21-30	\$ 6.58		\$ 3.42	\$ 10.00	\$ 2.57	\$ 12.57
31-40	\$ 9.25		\$ 4.81	\$ 14.07	\$ 3.61	\$ 17.67
41-60	\$ 12.67		\$ 6.59	\$ 19.26	\$ 4.94	\$ 24.21
61-80	\$ 18.04		\$ 9.38	\$ 27.42	\$ 7.04	\$ 34.45
81-100	\$ 24.87		\$ 12.93	\$ 37.80	\$ 9.70	\$ 47.50
> 100	\$ 36.59		\$ 19.02	\$ 55.61	\$ 14.27	\$ 69.88

Tabla 1. Tarifa Urbana Doméstica. Calendario de Junio 2015. Facturado en Julio de 2015.

a) A partir de la información anterior, calcule cuánto se pagará por los siguientes consumos en metros cúbicos (sin considerar ningún cargo extra).

Número de metros cúbicos consumidos	Cálculo del pago en forma desarrollada	Resultado
10		
24		
32		

14.3 La tarifa de agua potable en Nogales, Son. Trabajo individual

En la Ley de Ingresos y Presupuesto de Ingresos del Ayuntamiento del Municipio de la Heroica Nogales, Sonora, para el ejercicio fiscal de 2015, publicado en el Boletín Oficial del Gobierno del Estado de Sonora, encontramos la información siguiente:

Artículo 34. Los usuarios pagarán mensualmente por el consumo de agua potable en predios e inmuebles, conforme a las tarifas que se presentan a continuación y teniendo como fecha límite de pago la señalada en el recibo de cobro respectivo:

I. Para uso doméstico: Este tipo de tarifa se aplicará a los usuarios cuya toma se encuentre instalada en inmuebles o predios no utilizados para fines productivos, de negocios, comerciales o de servicios y que el agua vertida de dicha toma se destine estrictamente a usos domésticos, se considerarán en este rango los departamentos que cuenten con toma independiente cuya finalidad sea exclusivamente para uso habitaciones, (no incluye el servicio de drenaje), conforme a la siguiente tabla:

Usuarios con servicio medido conforme a lo siguiente:

Rango de consumo	Valor
000 hasta 25 metros cúbicos	\$191.00 Tarifa base mensual obligatoria
026 hasta 30 metros cúbicos	\$7.64 por metro cúbico adicional
031 hasta 50 metros cúbicos	\$7.97 por metro cúbico adicional
051 hasta 75 metros cúbicos	\$10.09 por metro cúbico adicional
076 hasta 100 metros cúbicos	\$12.10 por metro cúbico adicional
101 hasta 200 metros cúbicos	\$18.52 por metro cúbico adicional
201 hasta 500 metros cúbicos	\$25.65 por metro cúbico adicional
501 en adelante	\$33.35 por metro cúbico adicional

Tabla 3. Tarifa urbana doméstica para el año 2015 en la ciudad de Nogales, Sonora.

Para determinar el importe mensual por consumo de agua a usuarios domésticos con lectura de medidor de consumo, se aplicará el procedimiento que consiste en considerar la tarifa base mensual obligatoria de \$191.00 para los primeros 25 metros cúbicos; para consumos mayores, se le sumará a este cobro mínimo, el producto de los siguientes 25 metros cúbicos de consumo por la tarifa correspondiente, así se repetirá esta operación con los siguientes rangos, hasta llegar al rango donde se ubica el consumo mensual del usuario en metros cúbicos, sumando a los importes calculados anteriormente, el producto de los metros cúbicos pendientes de cobro por la tarifa correspondiente a este último rango de consumo que aplica para un usuario en particular.

a) A partir de la información anterior, calcule cuánto se pagará por los siguientes consumos en metros cúbicos (sin considerar ningún cargo extra).

Número de metros cúbicos consumidos	Cálculo del pago en forma desarrollada	Resultado
10		
24		
32		

14.4 Comparando los tres casos. Trabajo en equipo

Intégrese a un equipo de trabajo y socialicen las respuestas que dieron a cada una de las preguntas de las secciones 13.1, 13.2 y 13.3. Después discutan las respuestas que darían a cada una de los siguientes cuestionamientos.

- ¿En cuál de las tres ciudades es mayor el costo por metro cúbico? Argumente su respuesta.
- ¿En cuál de las tres ciudades se paga más por un consumo determinado de agua? Argumente su respuesta.
- Utilice alguno de los recursos digitales que conoce para automatizar el cálculo del monto que tendría que pagar por consumir una cantidad determinada de metros cúbicos. Haga esto para cada una de las ciudades.

14.5 Nociones matemáticas involucradas. Trabajo en equipo

- Para cada uno de las ciudades citadas, encuentre la expresión algebraica que represente a la relación funcional existente entre un metro cúbico determinado (variable independiente) y el precio de dicho metro cúbico (variable dependiente).
- Para cada uno de las ciudades citadas, encuentre la expresión algebraica que represente a la relación funcional existente entre el consumo de una cantidad determinada de metros cúbicos de agua (variable independiente), con la cantidad de dinero que debe pagarse por dicho consumo (variable dependiente).

c) El conductor de la sesión asignará a cada uno de los equipos, la tarea de graficar alguna de las seis funciones que aparecieron en las respuestas a los incisos a) y b) de esta sección.

14.6 A manera de cierre. Trabajo grupal

El conductor de la sesión coordinará la puesta en común de las respuestas que los equipos dieron a las preguntas de la sección 13.5, así como la discusión que se generará a partir de los cuestionamientos siguientes.

- a) ¿Qué diferencias se pueden encontrar entre las funciones que emergieron en esta actividad y las que aparecieron en otras situaciones tratadas a lo largo de los Módulos 1 y 2?
- b) En esta actividad se trabajó al menos con las representaciones tabular, algebraica y gráfica de algunas funciones. ¿Cuáles de ellas resultaron más útiles para comprender y modelar mejor la situación tratada?