

# MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Universidad de Sonora

Unidad Regional Centro

División de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Matemáticas

## DATOS GENERALES DE LA ASIGNATURA

**Nombre:** "Pensamiento Matemático II"

<b>Clave:</b> IIM	<b>Carácter:</b> Obligatoria	<b>Área:</b> Matemáticas	<b>Créditos:</b> 10
<b>Lugar:</b> Hermosillo, Sonora		<b>Fecha de Elaboración:</b> Mayo de 1999	

## UBICACIÓN Y SERIACIÓN DE LA ASIGNATURA

<b>Total de Horas:</b> 75	<b>Horas / Semana:</b> 5	<b>Semestre:</b> II
<b>Asignaturas Anteriores:</b>		<b>Asignaturas Posteriores:</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>▪</li></ul>		<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Seminario de Probabilidad y Estadística (IIM1)</li><li>▪ Seminario de Cálculo y Análisis Matemático (IIM2)</li><li>▪ Seminario de Ecuaciones Diferenciales (IIM3)</li></ul>

## PERFIL ACADÉMICO DESEABLE PARA EL RESPONSABLE DE LA ASIGNATURA

Entre los elementos deseables en el perfil del profesor que se haga cargo de este curso se encuentra la experiencia docente en cursos de Cálculo, Análisis Matemático, Probabilidad y Estadística; de preferencia en diferentes niveles educativos. Es necesaria una sólida formación en matemáticas y una sensibilización hacia la problemática en torno a la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina. Además, haber desarrollado actividades de investigación en Matemática Educativa, particularmente que hayan incorporado el análisis del desarrollo conceptual.

## OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

### GENERALES:

- Enriquecer un acercamiento a los métodos, contenidos y significados de la matemática, a través de una revisión crítica de su desarrollo conceptual; identificando ideas fundamentales tanto para la estructuración de las matemáticas como para su desarrollo; observando el papel que la lógica y la intuición, el análisis y la construcción, la generalidad y la particularidad, tienen dentro de las disciplinas matemáticas así como valorar sus aportaciones por arribar a una síntesis de la realidad, a aquello que les ha otorgado vida propia, utilidad y valor.
- Detectar situaciones que llevaron al surgimiento de ideas, como pueden ser los problemas, paradojas y falacias derivados de una necesidad práctica, de la aplicación de algunas ideas o del proceso interno de estructuración del cuerpo de conocimientos; ubicando el estatus que las ideas fueron adquiriendo a lo largo de su evolución, sea por su uso como solución a un problema específico, como herramientas para resolver una clase de problemas o como objetos que permiten ser estructurados en un cuerpo de conocimientos; determinando el nivel de elaboración de las ideas en diferentes momentos de su evolución, ya sea intuitivo, operativo o estructural.
- Buscar dificultades que fueron presentándose en la evolución de ideas, para su aceptación, uso o formalización; y comparar el desarrollo de la matemática con la

evolución de ideas matemáticas que tienen lugar en el individuo.

#### PARTICULARES

Al término de este curso y siempre con relación a la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el estudiante estará en capacidad de:

- Entender el papel que el contexto socio-histórico tuvo en el surgimiento y formulación de problemas relacionados con la variación y cómo la búsqueda de solución a tales problemas fue generando los conceptos y métodos de la matemática que, más tarde constituyeron el Cálculo Diferencial e Integral y, en general, las diversas disciplinas que conforman las denominadas "matemáticas superiores".
- Entender que los conceptos y métodos del Cálculo son resultado de un proceso constructivo. Que surgieron, en un primer momento, como respuestas específicas a problemas también específicos; y que sólo después de un largo período de acumulación se formularon los problemas generales que dieron lugar a la sistematización y estructuración de dichos conceptos y métodos y con ello al surgimiento del Cálculo Diferencial e Integral.
- Entender que la primera sistematización que se hizo del Cálculo fue en el marco del paradigma infinitesimal, en el que se asumía la existencia de unos entes matemáticos denominados infinitésimos, cuya existencia resultaba difícil justificar, razón por la cual dicho paradigma fue sustituido por uno nuevo basado en el concepto de límite de una función.
- Utilizar los conceptos y métodos del Cálculo como herramientas para analizar, interpretar y resolver problemas sobre variación.
- Tener una concepción del Cálculo como disciplina científica: de su objeto de estudio, de sus conceptos y métodos fundamentales, de su significado, de su estructura.
- Alcanzar un panorama de cómo la Probabilidad y la Estadística han tenido éxitos en organizar el mundo del azar e idealizar fenómenos de azar basándose en su desarrollo y aplicaciones; revisando el impacto que ésta acción ha tenido en la misma concepción del mundo;
- Entender que la Probabilidad y la Estadística, a pesar de tocar con sus ideas muchas disciplinas y desarrollarse gracias a problemas en algunas de ellas, no tuvo un camino llano para ser aceptada como una alternativa de explicación del mundo y de sus fenómenos, que tuvo que superar posturas opuestas al modo de pensamiento y de conocimiento que permite;
- Ubicar el papel que ideas fundamentales como: Azar, espacio muestral, probabilidad, independencia, esperanza, variable aleatoria, media y distribución; tuvieron en el desarrollo conceptual de la Probabilidad y la Estadística, y detectar otras ideas que resulten fundamentales en tal desarrollo;
- Identificar contextos de significación que proporcionen un sentido a términos como éstos y poner al descubierto características propias de ellos como sus aspectos operativo, analógico y funcional;
- Revelar los alcances y limitaciones de la Probabilidad y Estadística, particularmente alrededor de la aún discusión vigente sobre la interpretación de la probabilidad y el esclarecimiento de la naturaleza del azar

#### RELACIÓN CON EL PERFIL DEL EGRESADO

El curso de Pensamiento Matemático II, como el de Pensamiento Matemático I que le precede, se ubica dentro de la componente epistemológica de la maestría. Introduce al estudiante en una visión, de la matemática, útil para fines educativos y que se desprende de

la necesidad de repensar y de reinvestigar ideas que han resultado claves en la estructuración de la disciplina. Los esfuerzos en esta dirección, debidamente vinculados con la fenomenología propia de los procesos de aprendizaje, constituyen una línea de investigación por la que pueden optar los estudiantes o bien ser uno de los elementos a considerar en su trabajo de investigación o de desarrollo docente.

## TEMARIO

### PARTE I

- El cambio en la naturaleza y las circunstancias sociohistóricas que originaron su estudio desde una perspectiva matemática.
- Los problemas sobre variación en diferentes etapas del desarrollo de la matemática. Análisis de la forma de abordarlos, desde una perspectiva epistemológica. (en la Grecia antigua, en el siglo XVI y primera mitad del XVII, en diversos momentos a partir de la segunda mitad del siglo XVII hasta la actualidad).
- El Cálculo de Leibniz y Newton. Su objeto de estudio, sus conceptos y métodos. Su manera de resolver los problemas sobre variación.
- El Cálculo de Euler. Su objeto de estudio, sus conceptos y métodos. Su manera de resolver los problemas sobre variación.
- El Cálculo en los siglos XIX y XX.
- Consideraciones sobre el aprendizaje y la enseñanza del Cálculo.

### PARTE II

- Perspectiva matemática, histórica y educativa de la Probabilidad y la Estadística.
- Primeros problemas de probabilidades: (G. Galilei, J. Cardano, B. Pascal, P. Fermat).
- Hacia una formulación de la Teoría de la Probabilidad (C. Huygens y J. Bernoulli).
- Algunos resultados iniciales en Probabilidad (J. Bernoulli, N. Bernoulli, D. Bernoulli, A. de Moivre, T. Bayes).
- Tablas de vida, anualidades e inferencias (J. Graunt, Arbuthnot).
- Surgimiento del probabilismo (C.F. Gauss, P.S. Laplace, G.T. Fechner).
- Encuentro de la Probabilidad y la Estadística con las Ciencias Sociales, la Biología y la Física (A. Quetelet, S. Poisson, F. Galton, J.C. Maxwell, Boltzman).
- Intentos de formulación empírica y formal de una Teoría de la Probabilidad (La escuela rusa de Probabilidad, De Finetti, Von Mises, A. Kolmogorov).

## MOTIVACIONES Y ORIENTACIÓN DE LA PROPUESTA

Por una parte, una perspectiva de las matemáticas da cuenta de ellas como teorías generales que resumen en un aparato formal las relaciones entre sus objetos, que estructuran nociones y conceptos relativos a esos objetos de manera lógicamente consistente y auto contenida, hasta cierto punto de manera estática y cerrada. Por otra, el proceso de descubrimiento de ideas matemáticas muestra su naturaleza constructiva y pone de manifiesto que el establecimiento de las relaciones entre objetos, así como de las nociones y conceptos, orientados hacia la constitución de una teoría del tipo caracterizado arriba, es un proceso gradual.

Desde la visión actual de la Matemática Educativa ambas facetas son contempladas. Sin embargo, en este curso, el énfasis es puesto en enriquecer una visión, con diferentes matices, de los métodos, contenidos y significados de la matemática por medio del estudio de su desarrollo. Esta tarea está orientada por las siguientes consideraciones:

- La perspectiva de análisis que aquí se adopta se inclina por examinar las ideas que subyacen a los conceptos formales en el supuesto de que conduzca a una comprensión más profunda de los hechos matemáticos, de su interdependencia, de su estructura, de su génesis, de sus niveles de elaboración, de los desequilibrios y cambios en su

estructuración; todo lo cual puede ser tomado para abrir la reflexión en relación con la visión que de la realidad o del mundo objetivo proporcionan las teorías matemáticas y de las condiciones bajo las que un sujeto, individual o colectivamente, enfrenta en su aprehensión;

- En la construcción de las matemáticas un amplio espectro de ideas es puesto en juego. Ideas que en un tiempo son compartidas por una comunidad científica y que resultan esenciales para que los nuevos resultados sean generados, entendidos y aceptados;
- Algunos aspectos claves en el proceso y que tuvieron aportación a la significación de sus productos, como aquellos de orden filosófico, los problemas, las paradojas y falacias, quedan fuera de la estructura formal, no son totalmente recogidas o no son del todo transparentes;
- Los conocimientos de partida en los temas básicos de matemáticas con que cuentan los estudiantes de maestría y su experiencia adquirida, complementados por la colectividad profesor-grupo, les permitirán participar activa y fructíferamente en esos análisis.

Para ello un análisis del desarrollo de la disciplina resulta inevitable. Un análisis crítico que, desde una perspectiva histórica, retroalmente los cuerpos de conocimiento establecidos y ponga en discusión las ideas que les subyacen a fin de posibilitar una recontextualización que puede ser explotada dentro del marco educativo. De hecho, el interjuego entre intuiciones y matemáticas puede ser usado para reconstruir el desarrollo conceptual de las matemáticas como también para explicar y entender el desarrollo cognitivo de un individuo.

No obstante, llevar a cabo una revisión exhaustiva en la dirección que se desprende de las líneas anteriores no es posible dentro de los límites de tiempo que establece un programa de estudios, por lo que se trata de mostrar un panorama con esa visión específica. Para ello, en el curso de Pensamiento Matemático II, se hará referencia a dos importantes temáticas de matemáticas: Cálculo-Análisis y Probabilidad-Estadística; cuyo abordaje se plantea mediante dos módulos correspondientes.

Particularmente, en lo que respecta a Probabilidad y Estadística, se tiene conciencia de que no hay una gran tradición en su enseñanza, al menos no como la existente en Geometría o Cálculo. Si bien a través de todo el mundo se ha promovido una modificación de la matemática escolar que pone mayor énfasis en éstas disciplinas, la investigación educativa sobre el tópico se ha inclinado hacia aspectos propios de la enseñanza, por ejemplo, mediante aproximaciones novedosas para introducir el tema en el salón de clase.

Las primeras aproximaciones del mundo a través del número y la geometría, fueron causales y determinísticas, y posteriormente la Probabilidad y la Estadística establecen una clase de pensamiento diferente al lógico y causal, mismo que ha llegado a constituir un medio signifiante para la aplicación de sus resultados a situaciones realísticas. Sin embargo, la gente no tiene una intuición de los conceptos básicos en éstas disciplinas en la misma forma que tiene una intuición geométrica o visual.

De hecho, paradojas o ideas contraintuitivas acerca de Probabilidad y Estadística aparecen muy en el fondo del sujeto, en algunas definiciones y subsecuentemente en aplicaciones relativamente simples, y la búsqueda de su explicación encuentra hebras en el desarrollo histórico de sus ideas, en su desarrollo matemático y en las diferentes perspectivas, algunas en conflicto, que abrieron sus aplicaciones. Sobre lo anterior no pasa desapercibido que la Probabilidad y la Estadística, después de todo, han tenido éxitos en organizar el mundo del azar y sus fenómenos, idealizándolos.

### ORIENTACIÓN DIDÁCTICA Y METODOLÓGICA

En la presentación del curso ya se esbozan ideas respecto a la metodología a seguir en él y en cierta forma son retomadas por los objetivos y los contenidos señalados sintéticamente en el temario. Entonces aquí se marcan sólo algunas precisiones.

- Con la intención de que el análisis del desarrollo conceptual aporte una visión de la

matemática útil para fines educativos, es necesario vincularlo con la fenomenología del salón de clases y para ello el curso arranca con un acercamiento a las perspectivas educativa y matemática, sobre los temas involucrados. Referencias para guiar este punto se han colocado bajo el apartado de bibliografía activa;

- El desarrollo del curso lleva a entrar en contacto con algunos análisis ya realizados y con obras originales o fragmentos de ellas, para ello se sugieren referencias que se encuentran en el apartado de bibliografía básica. En otro apartado, bibliografía complementaria, se pueden encontrar trabajos adicionales que bien podrían apoyar en una investigación de clase o en la fase inicial de un proyecto;
- No obstante, abordar los análisis con los objetivos propuestos requiere de una manera de llevarlo a cabo, un lente que complemente las orientaciones dadas. En la bibliografía activa se ha incluido más de una referencia con maneras que pueden ser adoptadas en ello, las cuales pueden ser combinadas pero al menos una de ellas debe ser mantenida como referente para los fines de análisis a lo largo del curso.

### PROPUESTA DE EVALUACIÓN

El curso podrá ser evaluado mediante las exposiciones en que participen los estudiantes, mediante su participación en clase, a través de controles o resúmenes de lectura, u otra alternativa que permita observar que el estudiante muestra la habilidad necesaria para llevar a cabo este tipo de análisis y que tenga una visión clara de sus alcances, limitaciones y vínculos con otros acercamientos a la problemática de la Matemática Educativa.

### BIBLIOGRAFÍA / RECURSOS DE APOYO

#### BÁSICA

- Adams, W.J.: 1974, *The life and times of the Central Limit Theorem*. Kaedmon Publishing Company, New York, U.S.A.
- Bayes, T.: 1763, 'A Essay towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances'. *Philosophical Transactions of the Royal Society* 53, 370-418; reimpresso en E.S. Pearson and M.G. Kendall: 1970, *Studies in the History of Statistics and Probability*, Vol. 1, Griffin, London, 131-154.
- David, F.N.: 1962, *Games, Gods and Gambling: The origin and history of probability and statistical ideas from the earliest times to the Newtonian era*. Hafner Publishing Co., New York, U.S.A.
- Fermat, P.; Pascal, B.: 1654, *Correspondence*, publicado 1679 en Toulouse (Traducción al inglés en F.N: David, 1962).
- Hald, A.: 1990, *A History of Probability & Statistics and Their Applications Before 1750*. John Willey & Sons, New York, U.S.A.
- Krüger, L.; Daston, L.; Heidelberger, M. (eds.): 1987, *The Probabilistic Revolution, Vol I: Ideas in the History*. MIT Press, U.S.A.
- Krüger, L.; Gigerenzer, G.; Morgan, M.S. (eds.): 1987, *The Probabilistic Revolution, Vol II: Ideas in the Sciences*. MIT Press, U.S.A.
- Laplace, P.S.: 1812, *Essai Philosophique sur les Probabilités*. (Reimpreso en español por Alianza Editorial Mexicana S.A., México, 1988).
- Maistrov, L.E.: 1974, *Probability Theory -A historical sketch*. Academic Press, New York, U.S.A. (originalmente publicado en ruso por Izdatel'stvo Nauka, Moscow, 1967).
- Moivre, A.de: 1756, *The Doctrine of Chances, or a Method of Calculating The Probability of Events in Play*. (Reimpreso en David, F. N.:1962).
- Stigler, S. M.: 1986, *The History of Statistics*. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, U.S.A.
- Von Plato, J.: 1994, *Creating Modern Probability*. Cambridge University Press, London, England.

#### ACTIVA

- Ahlgren, A.; Garfield, J.:1988, "Difficulties in Learning Basic Concepts in Probability and Statistics: Implications for Research". *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 19, No. 1, págs. 44-63.
- Díaz Godino, J.; Batanero B. M<sup>a</sup> del C.: 1987, *Azar y Probabilidad*. Ed. Síntesis, Madrid, España.
- Duval, R.: 1997, Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En prensa, Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México. (traducción para fines educativos del artículo "Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée". *Annales de Didactique et de Sciences Cognitive*, No. 5, págs. 37-65, IREM de Strasbourg).
- Fine, T.L.: 1973, *Theories of Probability*. Academic Press, New York.
- Heitele, D.: 1975, "An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas". *Educational Studies in Mathematics*,

- No. 6, págs. 187-205. Reidel Pub. Co., Dordrecht, Holland.
- Kapadia R.; Borovcnik, M.: 1991, *Chance Encounters: Probability in Education*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands.
- Piaget, J.: 1970, *L'épistémologie génétique*. Universitaires de France. París. (Publicado en español bajo el título: La epistemología genética, 1986, Ed. Debate, Madrid).
- Piaget, J.: 1992, *Naturaleza y Métodos de la Epistemología*. Ediciones Paidós, (4ª reimpresión) México.
- Piaget, J.; Inhelder, B.: 1951, *The Origin of the Idea of Chance in Children*. Traducción al inglés 1975, Norton, New York, U.S.A.
- Shaugnessy, M.: 1992, "Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions". En D. Grouws (Eds.): *Handbook of Research on Mathematics Education*, págs. 465-494, McMillan, New York, U.S.A.

#### **COMPLEMENTARIA**

- Gigerenzer, G.: 1991, From Tools to Theories: A Heuristic of Discovery in Cognitive Psychology. *Psychological Review*, Vol. 98, No. 2, págs. 254-267.
- Gigerenzer, G.; Swijtink, Z.; Porter, T.; Daston, L.; Beatty, J.; Krüger, L.: 1989, *The Empire of Chance: how probability changed science and every life*. Cambridge University Press, Cambridge, Great Britain.
- Gutiérrez, S.: 1992, *Filosofía de la Probabilidad*. Tirant lo Blanch, Valencia España.
- Gutiérrez, S.: 1994, *Filosofía de la Estadística*. Servei de Publicacions, Universitat de València, Valencia España.
- Hacking, I.: 1964, *Logic of Statistical Inference*. Cambridge University Press, London, England.
- Hacking, I.: 1975, *The Emergence of Probability*. Cambridge University Press, London, England.
- Hacking, I.: 1990, *The Taming of Chance*. Cambridge University Press, London, England.
- Koltz, S.; Johnson, N.L.(Eds.): *Enciclopedia of Statistical Science*. Doce volúmenes, John Wiley and Sons Inc, New York, U.S.A.
- Pearson, E.S. and Kendall, M.G.: 1970, *Studies in the History of Statistics and Probability*, Vol. 1, Griffin, London.
- Popper, K.: 1986, *El Universo Abierto. Un Argumento a favor del Indeterminismo*. Tecnos, Madrid, España.
- Smith, D.E.: 1959, *A Source Book for Mathematics*. Dover, New York (originalmente publicado por McGrawHill en 1929) U.S.A.
- Todhunter, M.A.: 1865, *History of the Mathematical Theory of Probability: From the time of Pascal to that of Laplace*. (Reimpreso por Chelsea Publishing Company, Bronx, New York, U.S.A., 1965).