



"El saber de mis hijos  
hará mi grandeza"

# Universidad de Sonora

Doctorado en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa

Examen de Admisión

Agosto de 2021

Nombre: \_\_\_\_\_

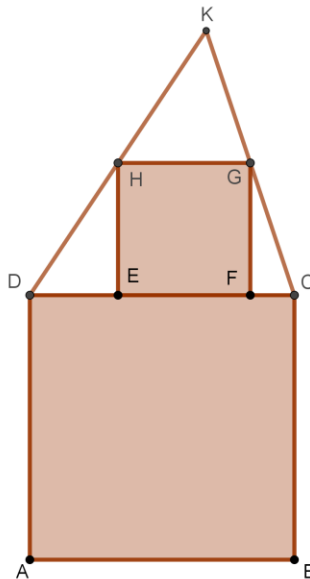
Email: \_\_\_\_\_

**Indicaciones:** En sus hojas de respuesta indique por favor el problema que está resolviendo. En cada una de sus hojas de respuesta coloque su nombre.

Para enviar sus respuestas puede tomar fotografías con su celular, insertar sus imágenes en un archivo de Word y enviarlo por correo a la dirección [silvia.ibarra@unison.mx](mailto:silvia.ibarra@unison.mx). Otra opción es escanear las diferentes hojas en formato pdf, estructurar su archivo y enviarlo a la misma dirección electrónica.

## Problema 1

En la siguiente figura, el lado del cuadrado ABCD es el doble que el lado del cuadrado EFGH. Y el triángulo DCK se ha trazado prolongando los segmentos DH y CG.



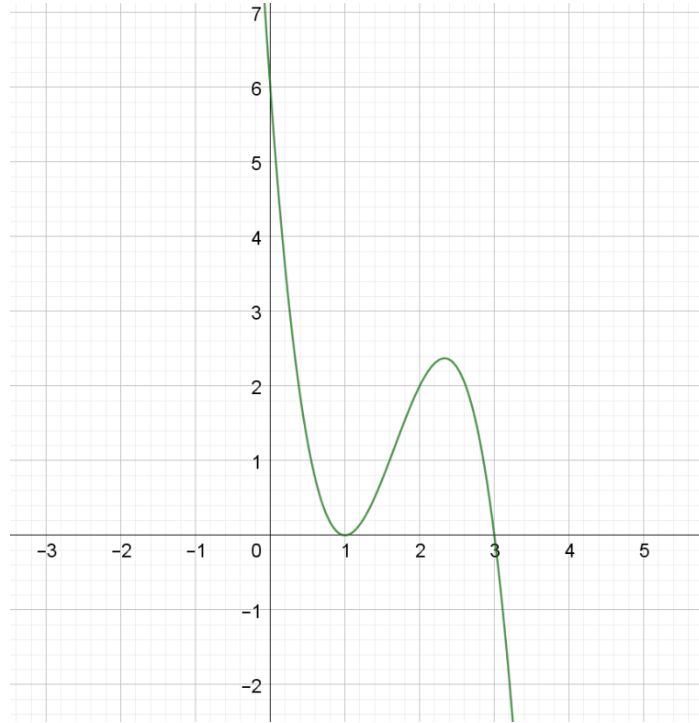
- 1) Formule dos problemas sobre la situación geométrica anterior, precisando el nivel escolar de los estudiantes a quienes les podría plantear estos problemas.
- 2) Resuelva los dos problemas planteados y explique con detalle cada solución.
- 3) Para cada problema, explique los propósitos didácticos con los que usted plantearía los problemas a los estudiantes.

- 4) Elabore un escrito, con una extensión de entre media y una cuartilla, en el cual:
  - a) describa los elementos teóricos que considere apropiados, para analizar las posibles respuestas de los estudiantes, a los problemas que ha planteado.
  - b) Justifique la pertinencia de los elementos teóricos descritos, para analizar las potenciales respuestas de los estudiantes.

## Problema 2

En un libro de notas de un profesor de matemáticas, se encontró la siguiente actividad:

*Encuentre una expresión algebraica para la función polinomial representada en la siguiente gráfica, y diga si existen otras funciones polinomiales que tengan exactamente las mismas raíces. Argumente gráfica y algebraicamente sus respuestas.*



A partir de la información anterior:

- a) Resuelva el problema mostrado.

Suponga que usted plantea este problema a sus estudiantes:

- b) ¿Con qué propósitos didácticos lo haría?
- c) ¿Qué conocimientos matemáticos tendría que poner en juego un estudiante, para resolver este problema?
- d) Un alumno le da como respuesta que el polinomio representado en la gráfica es  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ . ¿Es correcta dicha respuesta? En caso de que no lo sea, ¿qué sugerencias le daría al alumno para que se diera cuenta de su error y pudiese encontrar la respuesta correcta?
- e) Proponga una variante o posible continuación del problema presentado, con la que se pudiera proseguir el estudio del tema matemático desarrollado en la situación original.
- f) Para la actividad resultante de adicionar a la actividad original lo que propuso en el inciso e), realice un escrito con extensión máxima de una cuartilla donde declare cuál sería el tema matemático en estudio, describiendo sus propósitos de enseñanza, así como los medios que usaría para desarrollarla en clase (recursos y metodología de enseñanza). Señale en qué preceptos teóricos y/o curriculares se estaría basando para apoyar la elección de los elementos solicitados en este inciso.

### Problema 3

Una atleta recorre una pista rectangular dentro de un bosque cuyos lados miden 2 km y 1.5 km cada uno. En el centro de la pista se encuentra un poste visible desde cualquier parte del recorrido. Asimismo, a 200 m del poste se desea colocar un puesto de primeros auxilios, para atender las necesidades de las personas que usan la pista.

- 1) Dibuje un mapa de la pista que muestre su interpretación de la situación formulada, ubicando cada elemento señalado en el enunciado anterior.
- 2) Si consideramos que la rapidez con la cual se desplaza la atleta es constante, ¿qué magnitudes variables identifica en la situación, conforme la atleta realiza su recorrido? Señale al menos dos.
- 3) Llamemos  $x$  a la distancia recorrida por la atleta con respecto a su punto de partida. Elija dos variables de la pregunta 2 y haga un bosquejo gráfico del comportamiento de cada magnitud variable con respecto a  $x$ .
- 4) Elija uno de los dos casos del punto 3 y escriba una expresión algebraica correspondiente a la gráfica.
- 5) En una cuartilla, aproximadamente, conteste lo siguiente:
  - a) Si usara la situación propuesta en un curso de cálculo o precálculo ¿en la enseñanza de qué tema lo haría? Justifique su respuesta.
  - b) Usando la situación propuesta, formule un problema que plantearía a estudiantes de nivel bachillerato (15 a 18 años).
  - c) Explique cuáles son los propósitos de aprendizaje con los cuales plantearía el problema.

## Problema 4

1) Lea cuidadosamente la siguiente síntesis sobre algunos de los aportes teóricos de Anna Sfard<sup>1</sup>:

Si observamos cuidadosamente cualquier concepto matemático, lo más común es que pueda ser definido, y concebido, tanto de forma estructural [como un objeto] como operacional [como proceso]. Un par de ejemplos de esta dualidad son el concepto de función como proceso computacional, o como conjunto de pares ordenados con relaciones entre sus coordenadas; así como el concepto de número racional que se concibe por un lado como el resultado de la división entre dos enteros, y por otro como un par de enteros  $p$  y  $q$ , escrito como  $\frac{p}{q}$ , con  $q \neq 0$ .

Se pueden distinguir tres etapas en la formación de conceptos, las cuales corresponden a tres *grados de estructuralización*, y se definen en términos del análisis teórico de las relaciones entre procesos y objetos. La premisa principal de este modelo es que: primero debe existir algún proceso llevado a cabo sobre objetos ya conocidos, luego la idea de convertir este proceso en una entidad autónoma debe emerger, y finalmente la habilidad de ver a esta nueva entidad de forma integral, como un todo, debe ser adquirida. Estas tres etapas en el desarrollo del concepto se pueden definir de la siguiente manera:

En la etapa de **interiorización**, un aprendiz se familiariza con el proceso que eventualmente generará un nuevo concepto (como restar, lo que lleva a los números negativos). Estos procesos son operaciones realizadas sobre objetos matemáticos ya conocidos o de bajo nivel (para la resta, los números naturales). Decimos que el proceso ha sido interiorizado si puede ser llevado a cabo por medio de representaciones mentales, y si el sujeto ya no necesita llevarlo a cabo por completo para su análisis o comparación con otros.

La etapa de **condensación** es un periodo en el que se compactan secuencias largas de operaciones en unidades más manejables. En esta etapa la persona se vuelve más y más capaz de pensar en un proceso como un todo, sin necesidad de ir a los detalles. De esta manera, el sujeto se puede referir al concepto en términos de sus entradas y salidas, sin tener que realizar todas las operaciones. En esta etapa surgen oficialmente los nuevos conceptos, en el caso de la resta  $a-b$ , cuando  $b > a$ , el conflicto de sólo tener disponibles los números naturales genera la necesidad de una nueva entidad; los números negativos aparecen como un posible resultado (salida) del proceso de resta.

La **reificación** puede ser vista como un cambio ontológico, una habilidad repentina de ver algo familiar de una nueva manera, sólo cuando un sujeto se vuelve capaz de concebir una noción como un objeto independiente, libre de las operaciones y de las entradas y salidas del proceso, se considerará un concepto como reificado. El sujeto puede entonces empezar a investigar las propiedades generales de la nueva entidad y las varias relaciones entre sus distintas representaciones. En el caso de los números negativos, ya no sería necesario que hubiera una operación de resta para poder concebir un número menor que cero, y se podrían empezar a estudiar sus propiedades, por ejemplo, *las leyes de los signos*, o la formación y el análisis del conjunto de los números enteros.

---

<sup>1</sup> Síntesis del artículo disponible en <https://www.jstor.org/stable/3482237>

- 2) [Máximo 1 cuartilla] Seleccione uno de los siguientes temas matemáticos y escriba una breve propuesta para su enseñanza que incluya lo que se solicita a continuación:

*Fracciones*

*Funciones*

*Semejanza de triángulos*

- a) Una descripción de una sesión de clase que ilustre **una de las etapas** del modelo de desarrollo conceptual de Sfard.
- b) Al menos una tarea o actividad que se plantearía a los estudiantes.
- c) La argumentación de por qué la(s) tarea propuesta corresponde a la etapa seleccionada.