



"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"

Universidad de Sonora

Doctorado en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa

Examen de Admisión

Octubre de 2023

Nombre: _____

Email: _____

Indicaciones: En sus hojas de respuesta indique por favor el problema que está resolviendo. En cada una de sus hojas de respuesta coloque su nombre.

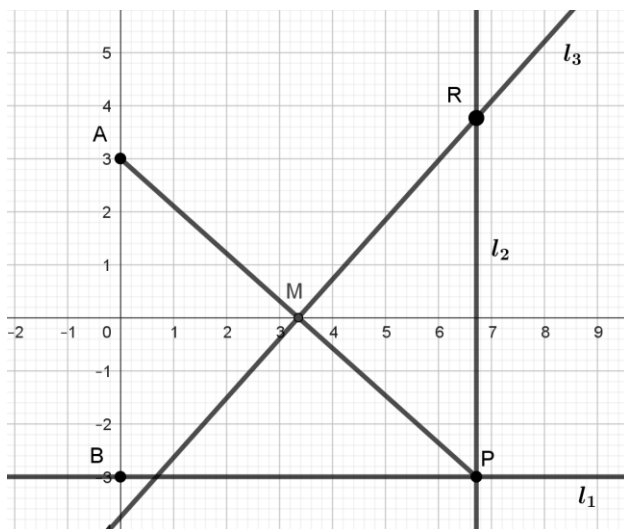
Para enviar sus respuestas puede tomar fotografías con su celular, insertar sus imágenes en un archivo de Word y enviarlo por correo a la dirección cesar.romero@unison.mx. Otra opción es escanear las diferentes hojas en formato pdf, estructurar su archivo y enviarlo a la misma dirección electrónica.

Problema 1

Primera parte

En la figura siguiente se tiene un punto $A(0,3)$, la recta l_1 cuya ecuación es $y = -3$, un punto P arbitrario sobre la recta l_1 , una recta l_2 perpendicular a l_1 que pasa por el punto P , la recta l_3 mediatriz al segmento AP que interseca a l_2 en el punto R .

- Demuestre que la curva trazada por el punto R , cuando P se mueve sobre la recta l_1 , es una parábola.
- Encuentre la ecuación de esta curva.



Segunda parte.

Si planteara este problema en clase, tal como se ha planteado aquí, responda las preguntas siguientes y argumente sus respuestas.

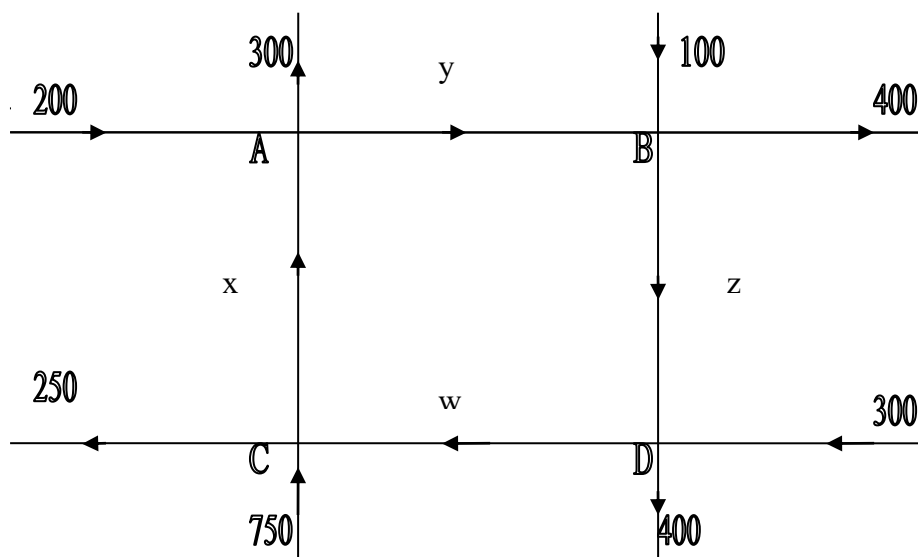
- a) ¿Para qué nivel escolar considera que el problema podría ser apropiado?
- b) ¿Qué tipo de dificultades tendrá un estudiante (del nivel escolar que usted ha propuesto) para resolver este problema.
- c) ¿Qué conceptos matemáticos están involucrados en el problema?

Problema 2

El profesor Manterola planteó a sus estudiantes de Álgebra el problema siguiente:

Un ingeniero tiene a cargo la remodelación de las tuberías de Petróleos Mexicanos que abastecen de gasolina la ciudad de Hermosillo. El siguiente diagrama reproduce una red de tuberías del parque industrial con el flujo de gasolina en las direcciones indicadas. El número de litros que fluye está dado como promedio de litros por minuto.

Asumiendo que el flujo que llega a una intersección es igual al flujo que sale de ella. El ingeniero desea construir un modelo matemático del flujo de gasolina. Si la tubería que va de C a A estuviera en reparación, ¿Cuál sería el mínimo flujo de gasolina que se podría permitir? ¿Cómo podría obtenerse este mínimo?



Después de asignar unos minutos para que sus estudiantes se familiarizaran y comprendieran el problema, el profesor les indicó que este problema podría modelarse así:

$$200 + x = 300 + y$$

$$y + 100 = 400 + z$$

$$750 + w = 250 + x$$

$$300 + z = 400 + w$$

a) Explique de dónde surge el sistema de ecuaciones lineales anterior, es decir, explique ampliamente las argumentaciones que permiten su construcción, identificando claramente qué es lo que representan las incógnitas del sistema mostrado.

b) Construya la matriz aumentada asociada al sistema de ecuaciones lineales mostrado.

c) Al utilizar el software Microsoft Mathematics, para llevar a la matriz aumentada anterior a su forma escalonada reducida, se proporciona como resultado:

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 500 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 400 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

A partir de dicha información, diga cuál es la solución del problema, es decir, responda la pregunta: ¿Cuál sería el mínimo flujo de gasolina que se podría permitir? ¿Cómo podría obtenerse este mínimo?

d) ¿Qué contenidos matemáticos considera Usted que pueden ser discutidos a partir del problema anterior? Responda lo más ampliamente posible.

e) Un estudiante no utilizó el camino anteriormente mostrado para resolver el problema, sino que expuso el siguiente razonamiento:

Mire, Maestro Manterola, yo creo que así también se puede y no necesitamos meternos con eso que Usted dice:

Tomemos el caso de la intersección A, están entrando $x + 200$ litros, y están saliendo 300, entonces por la rúa que va de A a B estarán circulando $x - 100$ litros. De la misma manera, si por la intersección B entran $x - 100$ litros de un lado y 100 de otro, al sumarlos me quedan x litros, pero por otro lado salen 400, lo que lleva a que de B a D fluyan $x - 400$ litros.

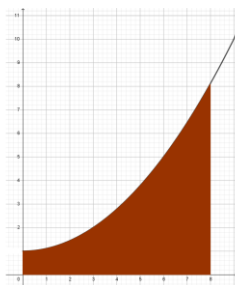
Si ahora nos fijamos en el flujo que entra por D, tenemos que por un lado están entrando $x - 400$ litros y por otro 300, que al sumarlos dejan $x - 100$, de los cuales salen 400 por un lado y el resto, $x - 500$, fluyen de C a D. Como se pregunta por el flujo mínimo, eso lleva a que, a partir de la última expresión, se concluya que $x=500$, resultado del cual se desprenden los otros valores: de A a B circularán 400 litros, de B a D fluirán 100 y de C a D cero litros.

¿Qué argumentaría Usted al estudiante? ¿Le parece una selección no afortunada del profesor Manterola para estudiar el tema de Sistema de Ecuaciones Lineales?

Problema 3

En una conocida plataforma de internet, de Khan Academy (recuperable en <https://es.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-integration-new/ab-6-1/a/accumulation-and-net-change-in-context>), se plantean las siguientes situaciones, en secuencia.

En el tiempo t , una población de bacterias crece a una razón de $r(t)$, gramos al día, donde t se mide en días.



¿Cuáles son las unidades de la cantidad representada por la integral definida $\int_0^8 r(t)dt$?

- A. Días
- B. Gramos
- C. Gramos por día
- D. Días por gramo

Edén caminó a una razón de $r(t)$ kilómetros por hora (donde t es el tiempo en horas).

¿Qué representa la expresión $\int_2^3 r(t)dt = 6$?

- A. Edén caminó 6 kilómetros cada hora
- B. Edén caminó 6 kilómetros en tres horas
- C. Edén caminó 6 kilómetros durante la tercera hora

La ganancia de Julia es $r(t)$ miles de pesos por mes (donde t es el mes del año). Julia ha ganado 3 mil pesos en el primer mes del año.

¿Qué significa la expresión $3 + \int_1^5 r(t)dt = 19$?

- A. Julia ganó 19 mil pesos adicionales entre el mes 1 y el mes 5
- B. Julia ganó un promedio de 19 mil pesos por mes
- C. Julia ganó 19 mil pesos el quinto mes
- D. Para el final del quinto mes, Julia ganó un total de 19 mil pesos

1. Contesta cada una de las preguntas planteadas y argumenta tu respuesta.
2. ¿Qué temáticas se estudian y/o se pueden estudiar con estos problemas o ejercicios?
3. Has una valoración didáctica, lo más extensa posible, sobre la importancia de desarrollar el tema de interés a partir de situaciones como las descritas.

Problema 4

Extracto de *Encyclopedia: Instrumentation in Mathematics Education, 2020*.

Los trabajos de Verillon y Rabardel (1995) resaltan la diferencia esencial entre *artefacto* (dado a un sujeto o adquirido por él) e *instrumento* como un constructo psicológico: “*el instrumento no existe por sí mismo, se convierte en instrumento cuando el sujeto ha sido capaz de apropiarlo e integrarlo [a su actividad]*”

Un instrumento puede considerarse como una entidad mixta compuesta por un artefacto y un componente cognitivo (lo que un sujeto aprendió de/usando el artefacto al realizar un tipo de tarea).

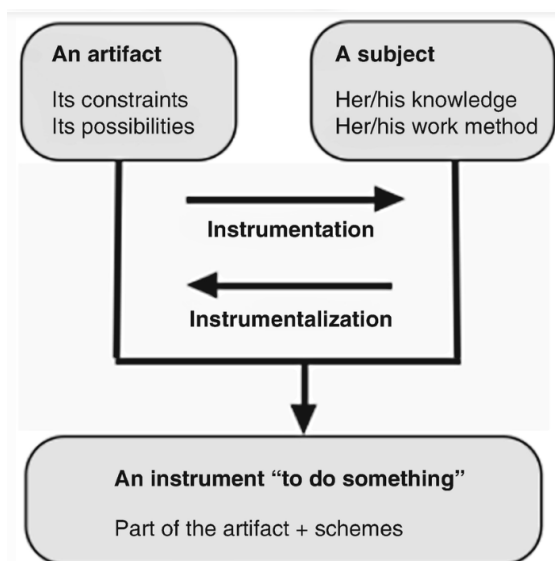


Figura 1. Instrumentación e instrumentalización, vistos como dos componentes esenciales de la génesis instrumental (Guin et al., 2005).

El desarrollo de un instrumento es un proceso complejo, denominado Génesis Instrumental por Verillon y Rabardel, que está influenciado por las características del artefacto, la historia del sujeto (su conocimiento y método de trabajo previo) y su actividad al trabajar con un problema a resolver.

La instrumentación es un proceso por el cual un sujeto adquiere un artefacto para realizar una tarea y el efecto de este proceso en el sujeto, quien desarrolla un instrumento a partir de este artefacto.

Aprender cosas nuevas en matemáticas podría implicar nuevas formas de usar el artefacto: más allá del proceso de instrumentación, existe una relación dialéctica entre el artefacto y el instrumento desarrollado por su integración a través de la actividad del sujeto.

Verillon y Rabardel (1995) consideran que las génesis instrumentales se componen de dos procesos interrelacionados: Un proceso de instrumentación (dirigido al sujeto) y un proceso de instrumentalización (dirigido hacia el artefacto).

“El proceso [de instrumentalización] es el componente de la génesis instrumental dirigida hacia el artefacto. La instrumentalización puede pasar por diferentes etapas: una etapa de descubrimiento y selección de las funciones relevantes, una etapa de personalización (se

ajusta el artefacto a la mano) y una etapa de transformación del artefacto, a veces en direcciones no planificadas por el diseñador: modificación de la barra de tareas, la creación de atajos de teclado, el almacenamiento de programas de juegos, la ejecución automática de algunas tareas.

Instrumentación e instrumentalización son dos procesos intrínsecamente entrelazados que constituyen cada génesis instrumental, llevando al sujeto a desarrollar, a partir de un artefacto dado, un instrumento para realizar una tarea particular; el proceso de instrumentación es el que traza al artefacto en la actividad del sujeto, mientras que el proceso de instrumentalización es el que traza la actividad del sujeto en el artefacto.

1. [Máximo 1 cuartilla] Seleccione una herramienta con la que tenga experiencia y escriba una breve propuesta de enseñanza que incluya lo que se solicita a continuación:

GeoGebra

Excel

Otro (especifique):

- a) Una descripción de una sesión de clase que ilustre la *génesis instrumental*.
- b) Al menos una tarea o actividad que se plantearía a los estudiantes.
- c) La argumentación de por qué la sesión descrita podría favorecer los procesos de instrumentación e instrumentalización.