



"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"

UNIVERSIDAD DE SONORA

Departamento de Matemáticas

Doctorado en Ciencias
con especialidad en Matemática Educativa

PROMOCIÓN DE LA COMPETENCIA DE RESOLUCIÓN DE TAREAS EN PROFESORES DE ÁLGEBRA LINEAL EN PROGRAMAS DE INGENIERÍA

Documento predoctoral que presenta
RAFAEL ANTONIO ARANA PEDRAZA

Directora de Tesis:
Dra. Silvia Elena Ibarra Olmos



Agradezco a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (Secihti) por el apoyo que ha brindado para mi formación con la beca de número 4020264

Índice

1	INTRODUCCIÓN	1
2	ANTECEDENTES	3
2.1.	Las Instituciones de Educación Superior en México.....	4
2.2.	Perspectivas Internacionales en el Desarrollo Profesional Docente.....	9
2.3.	Contexto nacional sobre el profesorado en matemáticas y su Desarrollo Profesional Docente	11
2.4.	Perspectivas sobre la Modelización para la Formación de Ingenieros	14
2.5.	El Álgebra Lineal en la formación de ingenieros	15
2.6.	Primeras aproximaciones al problema de interés	18
3	ESTADO DEL ARTE	21
3.1.	La modelización en los programas de Desarrollo Profesional Docente: creencias, concepciones, prácticas y heurísticas	22
3.2.	Desarrollo Profesional Docente de los profesores en Álgebra Lineal.....	25
3.3.	La modelización matemática como estrategia didáctica en la formación de ingenieros.....	26
3.4.	Enseñanza y aprendizaje del Álgebra Lineal y los Sistemas de Ecuaciones Lineales en el nivel superior.....	27
3.5.	Un estado del arte del Desarrollo Profesional Docente de profesores de Álgebra Lineal en ingeniería	28
4	LA PROBLEMÁTICA, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS	29
4.1.	Tendencias en los programas de DPD de los profesores de matemáticas desde la Matemática Educativa	29
4.2.	Incidencia de los elementos curriculares en los programas de DPD de los profesores de matemáticas	31
4.3.	Sobre la situación institucional del DPD en matemáticas	38
4.4.	Justificación	39
4.5.	Objetivos del proyecto.....	40
5	CONSIDERACIONES TEÓRICAS	43
5.1.	Modelo de Conocimiento y Competencias Didáctico-Matemáticas	43
5.2.	Ciclo de modelización matemática desde una perspectiva cognitiva.....	46
5.3.	Criterios de Idoneidad Didáctica	48
6	CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS	51

6.1.	Fase 1: Acciones preliminares	51
6.2.	Fase 2: Diseño de la propuesta	52
6.3.	Fase 3: Puesta en escena.....	54
6.4.	Fase 4: Análisis de la información y valoración de la propuesta.....	55
7	LA PROPUESTA Y SUS CARACTERÍSTICAS.....	57
7.1.	Consideraciones Matemáticas	57
7.2.	Características generales del taller	60
7.3.	Características de las actividades del taller	61
8	CRONOGRAMA	65
9	REFERENCIAS	67

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.	Dificultades asociadas con el aprendizaje de los SEL	17
Tabla 2	Criterios de inclusión y exclusión para la selección de los reportes de literatura... 21	21
Tabla 3	Número de documentos seleccionados por cada base de datos y revista	21
Tabla 4.	Rubros para la organización de la información del estado del arte	22
Tabla 5.	Unidades de competencia del curso de Álgebra Lineal	35
Tabla 6.	Contextos de los problemas identificados en el libro de texto.....	37
Tabla 7.	Niveles de logro de la subcompetencia de resolución de tareas	46
Tabla 8.	Articulación de las competencias de modelización con los procesos cognitivos del ciclo de modelización.	47
Tabla 9.	Acciones y tareas metodológicas de la Fase 1.	51
Tabla 10.	Acciones y tareas metodológicas de la Fase 2.	52
Tabla 11.	Acciones y tareas metodológicas de la Fase 3.	54
Tabla 12.	Acciones y tareas metodológicas de la Fase 4.	55
Tabla 13.	Estructura propuesta para el taller.....	61
Tabla 14.	Ejemplos de situaciones detonadoras e intencionalidades para las actividades del taller.	62
Tabla 15.	Calendarización de las acciones para el desarrollo del proyecto de intervención	65

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.	Componentes y elementos del Modelo Educativo ITSON.	8
Figura 2.	Dimensiones y componentes del Modelo CDM.	44
Figura 3.	Ciclo de modelización desde una perspectiva cognitiva.....	47
Figura 4.	Representación gráfica de las soluciones de un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas.	59
Figura 5.	Representación gráfica de las soluciones de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas.	60

1 INTRODUCCIÓN

Hoy en día las naciones enfrentan desafíos de gran complejidad a causa de diferentes factores como la globalización, los grandes cambios digitales, la sostenibilidad, la protección y justicia social, la economía, entre otros. Ante este panorama los países han desarrollado estrategias para atender estos retos, y en el caso de nuestro país se presenta el *Plan México* (Gobierno de México, 2025), como un conglomerado de metas, acciones y estrategias para el desarrollo nacional a largo plazo hacia el año 2030.

La misión del Plan México se enfoca, entre varias cuestiones, en fortalecer la economía interna, crear mejores condiciones de empleos en sectores de manufactura y servicios, y ampliar el acceso de la población a la educación media superior y superior. Las metas propuestas para este plan se centran en el posicionamiento del país entre los primeros lugares en el top de economías mundiales, la creación de empleos y la formación de profesionistas alineada con sectores estratégicos, de tal manera que se fomente la sostenibilidad ambiental y se disminuya la pobreza y la desigualdad en el país.

Para el logro de lo propuesto en dicho plan, se crean a lo largo del país diferentes polos enfocados en la atención de cuestiones específicas de los sectores estratégicos definidos. Regionalmente, se cuenta en el estado con el *Plan Sonora* (Gobierno del Estado de Sonora, 2024) asociado a los sectores estratégicos de energía, industria automotriz y electromovilidad, semiconductores, bienes de consumo e industria aeroespacial. El desarrollo de este plan regional implica, principalmente, la búsqueda de generación de energías limpias, el desarrollo de infraestructura de movilidad terrestre (vías férreas y la modernización de carreteras), así como la gestión del impacto ambiental del uso del litio en la electromovilidad.

Con el objetivo de concretar todas estas cuestiones, el plan sitúa como parte de sus ejes centrales el desarrollo de *talento humano*, situando a las nuevas generaciones como un elemento de transformación de la sociedad hacia el uso de las energías limpias. Para lo anterior, se identificó la oferta anual del estado en programas educativos de ingeniería de las instituciones públicas de educación superior del Estado, en áreas profesionales afines a los sectores estratégicos.

La preparación de los estudiantes de dichos programas se garantizará mediante las acciones conjuntas de los organismos educativos nacionales y estatales en conjunto con las universidades públicas de educación superior del Estado. Se orientará hacia el desarrollo de habilidades, conocimientos y experiencias necesarias para afrontar los retos que supone el desarrollo profesional en industrias con gran complejidad, como las que se asocian a los sectores estratégicos antes mencionados.

Para la creación de experiencias formativas que logren este nivel de exigencia, el desarrollo profesional de los profesores que apoyan en la formación de dichos ingenieros constituye un desafío crucial. A su vez, representa una posible respuesta a las crecientes demandas que se plantean a los sistemas educativos por la complejidad de los conocimientos y competencias necesarias para responder a los contextos contemporáneos de trabajo y, por ende, de la enseñanza universitaria.

En el presente documento se muestra una propuesta de un proyecto intervención orientado al desarrollo profesional de profesores en servicio que brindan formación matemática a estudiantes universitarios que cursan programas de ingeniería en una institución educativa del sur del Estado de Sonora. En cada una de las secciones que lo conforman se brindan los elementos necesarios que acotan, justifican y estructuran el proyecto.

Seguido de esta introducción, en la segunda sección del documento se muestran los antecedentes que proveen una mirada a las cuestiones que conforman el problema de interés. Se brinda un marco de referencia sobre la educación superior en el sistema de educación nacional, sobre la autonomía de las instituciones de educación universitaria y sus responsabilidades derivadas de ella. Además, se proporciona un análisis de las recomendaciones internacionales dirigidas a la formación y desarrollo de los profesores. Para finalizar la sección, se muestran algunas ideas asociadas a la modelización matemática y a los Sistemas de Ecuaciones Lineales en los cursos de Álgebra Lineal que se imparten en los programas educativos dedicados a la formación de ingenieros, destacando sugerencias para su estudio, enseñanza y dificultades asociadas a su aprendizaje.

La tercera sección del documento se avoca a la construcción de un estado del arte sobre la problemática de interés, exponiendo los resultados de una revisión sistemática de la literatura organizada por medio de las categorías que integran el problema de interés: a) Desarrollo profesional docente, b) Modelización Matemática, c) Formación de ingenieros, d) Álgebra Lineal y, e) Sistemas de Ecuaciones Lineales. Seguido de esto, se presenta en la cuarta sección la estructuración de la problemática particular relacionada con la institución de interés retomando elementos de la literatura, la situación institucional y la práctica docente. A partir de este análisis se muestran elementos de justificación que permiten el establecimiento de los objetivos del presente proyecto.

En la quinta y sexta sección del documento se muestran las consideraciones teóricas y metodológicas que sustentan el desarrollo del proyecto de intervención. Se discuten los elementos teóricos retomados del Modelo del Conocimiento y Competencias Didáctico-Matemáticos, el Ciclo de modelización matemática desde una perspectiva cognitiva y los Criterios de Idoneidad Didáctica. Asimismo, una propuesta metodológica organizada en cuatro fases, que incluyen acciones y tareas, para el cumplimiento de los objetivos planteados.

Las características de la propuesta de intervención son abordadas en la séptima sección, incluyendo las consideraciones matemáticas, así como su diseño y su organización preliminares. Por último, se muestra una organización cronológica semestral para las acciones propuestas en cada una de las fases, así como el listado de referencias utilizadas a lo largo del documento.

2 ANTECEDENTES

En México se considera a la Educación como un derecho fundamental que tiene toda persona, mismo que se establece desde la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. En el Artículo Tercero Constitucional se confiere al Estado la responsabilidad de impartir y garantizar la educación basada “...en el respeto irrestricto de la dignidad de las personas, con un enfoque de derechos humanos y de igualdad sustantiva...” (Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos [CPEUM], 1917, p.8).

Para tal efecto se crea la Secretaría de Educación Pública (SEP) como una dependencia gubernamental que tiene como propósito establecer las condiciones necesarias que permitan que toda persona mexicana tenga acceso a una educación de excelencia con equidad, universalidad e integridad. Además, visualiza para el 2030 un Sistema Educativo Nacional (SEN) que “forma a los ciudadanos en los valores de la libertad, la justicia, el diálogo y la democracia, además de darles las herramientas suficientes para que puedan integrarse con éxito a la vida productiva” (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2020, párr. 3).

De acuerdo con lo establecido en el Título Tercero de la Ley General de Educación (LGE), el SEN se conforma por el conjunto de actores, instituciones y procesos involucrados en la impartición de la educación pública por parte del Estado, organismos descentralizados y particulares con autorización, así como las relaciones que existan entre ellos y con la sociedad mexicana. En otras palabras, se considera que lo componen y constituyen los educandos, el profesorado, las familias, las autoridades educativas y escolares, las instituciones educativas, las legislaciones aplicables en materia educativa, las instituciones particulares con autorización, las instituciones de educación superior a las que la ley otorga autonomía, los planes y programas de estudio, la infraestructura destinada al servicio público de educación, consejos y comités escolares, así como todos aquellos que participen en la prestación del servicio público de educación.

Adicionalmente, se caracteriza al SEN de acuerdo con tipos, niveles, modalidades y opciones educativas; con respecto a los tipos se encuentran educación básica, media superior y superior, cada uno de ellos pudiéndose diferenciar por niveles. En cuanto a las modalidades se consideran la escolarizada, no escolarizada y la mixta, mientras que para las opciones educativas se pueden encontrar la educación abierta y a distancia, entre otras que se determinen en las legislaciones correspondientes. Dentro del SEN también se considera a la formación para el trabajo, la educación para personas adultas, la educación física y la educación tecnológica.

La Educación Básica (EB) está conformada por los niveles inicial, preescolar, primaria y secundaria, mismos que se ofrecen en distintas modalidades, entre los que destacan: inicial escolarizada y no escolarizada; preescolar general, indígena y comunitaria; secundaria general, técnica, comunitaria y otras modalidades autorizadas por la SEP; secundaria para trabajadores; y, telesecundaria. Adicionalmente, también se consideran quienes imparten educación especial, incluyendo los Centros de Atención Múltiple (CAM).

En su caso, la Educación Media Superior (EMS) está constituida por los niveles de bachillerato, profesional técnico bachiller y equivalentes, así como la educación profesional que no requiere bachillerato. En estos se pueden considerar la oferta de servicios educativos como bachillerato general, bachillerato tecnológico, bachillerato intercultural, bachillerato artístico, profesional técnico bachiller, telebachillerato comunitario, educación media superior a distancia y tecnólogo.

El último tipo considerado en el SEN es la Educación Superior (ES), correspondiente con el servicio impartido después de la EMS en distintos niveles. Se compone por licenciatura, especialidad, maestría y doctorado, e incluye a la educación normal en sus diferentes niveles y especialidades. Las autoridades educativas establecerán políticas que fomenten la inclusión, continuidad y egreso oportunos de los estudiantes inscritos en la ES, determinando medidas que amplíen el ingreso y permanencia de quienes decidan cursar este tipo de estudios. Por su parte el Estado deberá garantizar que todas las personas cumplan con los requisitos solicitados por las instituciones respectivas.

En términos de los tipos que conforman al SEN, la EMS es considerada como el último tipo en cursarse de manera obligatoria por la Ley para los ciudadanos mexicanos. Estableciendo, adicionalmente, que la obligatoriedad de la ES corresponde al Estado al establecer políticas de inclusión, permanencia y continuidad a través de sus autoridades para proporcionar medios de acceso a este tipo educativo para aquellas personas que lo deseen, y que cumplan los requisitos dispuestos por las instituciones públicas; es decir, existe la obligación del Estado de asegurar para todas las personas el ejercicio del derecho a la ES.

De manera general, la LGE establece que las personas que se formen en el SEN recibirán una educación que les permita desarrollarse integral y permanentemente de manera que hagan uso pleno de sus capacidades, que promueva el respeto a la dignidad humana y una serie de valores que contribuyan al bienestar y desarrollo de país.

En el siguiente apartado se centra la atención en ahondar en las Instituciones de Educación Superior (IES) encargadas de la formación de los estudiantes en el nivel licenciatura.

2.1. Las Instituciones de Educación Superior en México

Dentro de la SEP se han creado áreas de acuerdo con cada uno de los tipos de educación establecidos en la LGE para el SEN, en específico, la Subsecretaría de Educación Superior (SES) es el área responsable de “...impulsar una educación de calidad que permita la formación de profesionistas competitivos y comprometidos con el desarrollo regional y nacional, para contribuir a la edificación de una sociedad más justa” (Subsecretaría de Educación Superior [SES], s. f., párr. 1).

Desde la SES se caracterizan diferentes IES entre las que destacan: Universidades Públicas Federales, Universidades Públicas Estatales, Universidades Tecnológicas, Universidades Públicas Estatales con apoyo Solidario, Institutos Tecnológicos, Universidades Politécnicas, Universidades Interculturales, Escuelas Normales Públicas,

Centros Públicos de Investigación, la Universidad Pedagógica Nacional, la Universidad Abierta y a Distancia de México, entre otras instituciones públicas.

Estas IES se rigen y orientan sus actividades en términos de las obligaciones, responsabilidades y facultades que les confieren en el Art. 3 de la CPEUM y la LGE, las cuales se desarrollan de forma más específica en la Ley General de Educación Superior (LGES).

Como se menciona en el apartado anterior, el SEN se organiza de acuerdo con tipos, niveles, modalidades y opciones educativas. Específicamente para la ES, en la LGES se especifican los niveles de Técnico Superior Universitario (o Profesional Asociado), Licenciatura, Especialidad, Maestría y Doctorado; en las modalidades escolarizada, no escolarizada, mixta, dual y otras consideradas en la normatividad aplicable; así como en las opciones presencial, en línea o virtual, abierta y a distancia, certificación por examen y otras que se determinen por las autoridades educativas e IES.

Sobre el nivel de Licenciatura se plantea que será cursado después de los estudios de EMS, y que su interés radica en la formación integral en una profesión, disciplina o campo académico. Al finalizar este nivel se obtendrá un título profesional y se espera que esta formación permita, a quien lo curse, incorporarse en los sectores social, productivo y laboral.

Considerando que la ES es parte del SEN, se define para su atención al Sistema Nacional de Educación Superior (SNES), mismo que se constituye como:

...el conjunto orgánico y articulado de actores, instituciones y procesos para la prestación del servicio público de educación superior que imparta el Estado, sus órganos desconcentrados y organismos descentralizados, así como los particulares con autorización o reconocimiento de validez oficial de estudios y todos aquellos elementos que contribuyen al cumplimiento de los fines de la educación superior. (Ley General de Educación Superior [LGES], 2021, p.13)

De manera análoga a como se estructura el SEN, se presentan para el SNES actores, instituciones y procesos que lo componen e integran, de la siguiente manera: estudiantes, personal académico y administrativo de las IES; autoridades educativas federales, estatales y municipales; autoridades de las IES; las universidades e IES autónomas; las IES del Estado, organismos descentralizados y desconcentrados, y los subsistemas en los que se organice la ES; las IES particulares con autorización; el Consejo Nacional para la Coordinación de la Educación Superior; los sistemas locales de ES; los programas educativos; los instrumentos legales, administrativos y económicos de apoyo a la ES; las políticas en materia de ES; las instancias para la coordinación y planeación de la ES en las entidades federativas; el sistema de evaluación y acreditación de la ES; así como todos los actores que presten un servicio público en la ES.

Entre quienes conforman el SNES se encuentran las universidades e instituciones autónomas, es decir, aquellas a quienes desde el Art. 3 de la CPEUM, y las Leyes que emanan y se desarrollan a partir de ésta, se les otorga autonomía, traducida en una serie de facultades

y responsabilidades: capacidad de autogobierno; educar, investigar y difundir la cultura, respetando la libertad de cátedra, investigación y discusión de las ideas; determinar sus planes y programas; definir términos de ingreso, promoción y permanencia de su personal académico, además de la administración del patrimonio propio.

Como parte de las responsabilidades que se les confieren, la determinación del qué y cómo enseñar es una cuestión interesante de analizar. En contraste con las universidades e IES, en los tipos de EB y EMS corresponde a las autoridades educativas el proporcionar directrices sobre los planes y programas que los orientan, otorgándoles distintas formas de adecuaciones por cada tipo y sus niveles.

Por ejemplo, para los niveles de educación inicial, preescolar, primaria y secundaria que conforman la EB, la SEP propone los programas sintéticos que se fundamentan en los principios establecidos en la Nueva Escuela Mexicana (NEM). Estos se adecuan a la realidad cercana a las comunidades de cada Escuela a través de la selección de los contenidos nacionales pertinentes, aunados a la adecuación de contenidos locales basados en sus contextos a través del proceso de codiseño. Con respecto a la EMS, se proponen los contenidos mínimos que son fundamentales para la formación de adolescentes, jóvenes y personas adultas que cursen este tipo educativo, en forma de progresiones y orientaciones didácticas. De manera similar a la EB, estos son susceptibles de adecuaciones en términos de las modalidades en las que se curse la EMS, en otras palabras, orientado al subsistema de EMS en el que se enmarque la acción educativa (bachillerato, bachiller técnico, educación profesional).

En el caso de las universidades e IES a las que se les confiere autonomía, la responsabilidad de la determinación de modelos educativos y modelos curriculares (incluidos planes, programas, etc.) recae directamente en ellas. Si bien, la autonomía da el derecho y la responsabilidad de determinar dichos modelos, estos deberán estar enmarcadas en las políticas educativas de observancia general a nivel nacional establecidas en la legislación a través de la SES, buscando que la educación sea equitativa, pertinente, flexible, innovadora, diversificada, de amplia cobertura, con equidad de género y perspectiva intercultural.

Tomando en cuenta lo anteriormente expuesto sobre la visión panorámica del SEN, así como lo relativo al SNES y la autonomía universitaria, resulta de interés revisar el caso de una IES autónoma del Estado de Sonora, que por la cobertura educativa que tiene en el sur de Sonora y norte de Sinaloa es representativa de la región, centrándose en las cuestiones que se plantean como eje central de su modelo educativo. Se trata del Instituto Tecnológico de Sonora, conocido por sus siglas como ITSON, mismo que será caracterizado en los párrafos siguientes.

El Instituto Tecnológico de Sonora es una universidad estatal pública y autónoma del estado de Sonora, México; su sede se encuentra en Ciudad Obregón y tiene presencia en otras ciudades del Sur de Sonora, en un total de seis campus. Inició labores en el año de 1955 siendo una institución de bachillerato bajo el nombre de *Instituto Justo Sierra*, catalogándose como la primera preparatoria en el sur de Sonora. Al año siguiente, cambia de nombre a

Instituto Tecnológico del Noroeste, y no es hasta el año de 1962 que se le da el nombre que mantiene actualmente, a partir de la Ley aprobada por el Gobierno del Estado.

Posteriormente, en 1964, surge la primera oferta educativa del nivel superior con el programa educativo de Ingeniería Industrial y se toma la iniciativa de ingresar a la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES). Es hasta 1976, con el egreso de la última generación de preparatoria, cuando el ITSON transita a considerarse como una institución educativa de tipo universitario, y con la promulgación de su Ley Orgánica que le otorga la autonomía universitaria se define como “un organismo público descentralizado de carácter universitario, de personalidad jurídica y patrimonio propios; autónomo en el ejercicio de sus funciones de enseñanza e investigación” (Instituto Tecnológico de Sonora [ITSON], s. f., “1976”, párr.1)

A lo largo de los años siguientes, y en consonancia con el incremento en la demanda educativa, se mantuvieron de manera sostenida el crecimiento institucional, el fortalecimiento de la capacidad académica y la ampliación de la participación en la comunidad. En este contexto, resultó imprescindible contar con una oferta educativa pertinente, lo que dio lugar a la formulación y entrada en vigor de un nuevo modelo curricular en agosto de 1995. De acuerdo con lo señalado por Ángeles (2023), esta iniciativa representa uno de los primeros indicios de la existencia de un modelo educativo para la Institución, caracterizado por métodos de enseñanza orientados hacia el aprendizaje de los estudiantes de manera más activa, cuyo eje fundamental residía en la capacidad de los profesores para desarrollar las habilidades cognoscitivas de los estudiantes

A principios de la década de los 2000, se finaliza con la valoración del proceso curricular iniciado en 1995, tomando como antecedente la evaluación por los Comités Interinstitucionales para la Evaluación de la Educación Superior (CIEES). Esto sentó la base de las ideas fundamentales que a lo largo del tiempo han evolucionado en el modelo educativo institucional actual, derivando en los rediseños curriculares realizados a planes y programas en los años 2002, 2009, 2016, y más recientemente, en 2024.

En la actualidad, la importancia de un modelo educativo pertinente se ha visto reflejada en ITSON desde la definición de sus ejes prioritarios planteados en las dos últimas versiones de su Plan de Desarrollo Institucional (PDI). En el PDI 2016-2020 se planteaba como el Eje 1 la necesidad de un *modelo educativo innovador y de calidad*, tomando como principales características que estuviera centrado en el aprendizaje, con la inclusión de contextos reales, que fomentara el emprendimiento, la formación práctica, el uso de la tecnología, la inclusión educativa, entre otras; de tal manera que se distinguiera como un modelo no tradicional.

Posteriormente, en el PDI 2021-2024, se define como el Eje 1 la consolidación de una *Educación de Excelencia*, cuyo objetivo estratégico es el aseguramiento de una oferta educativa con calidad y pertinencia. Para lograrlo, se establece como estrategia fundamental la consolidación del modelo educativo institucional actualizado en referencia a los elementos filosóficos, teóricos, técnicos y metodológicos, tomando en consideración las demandas de la sociedad actual, los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) y las necesidades de formación profesional y ciudadana.

De acuerdo con Ángeles (2023), el Modelo Educativo ITSON se organiza en términos de elementos relacionados con lo filosófico, lo pedagógico y lo político, elementos que son comunes en este tipo de propuestas. Dentro del mismo, se consideran dos principios que lo orientan: la calidad profesional y la innovación social. Se constituye por cuatro componentes principales, descritos a continuación y visualizados en la Figura 1.

- Modelo pedagógico-curricular. El modelo se refiere a todos los procesos institucionales que tienen como fin la formación integral de los estudiantes con una visión profesional, social y humana (ser, saber, saber hacer y saber convivir). Plantea los enfoques en los que se sostendrán los procesos formativos, los criterios que definen su funcionalidad, el papel de los actores que participan de los procesos, además de las propuestas que promueven la articulación entre las funciones universitarias y la innovación.
- Modelo de vinculación con el entorno. Esta componente se conforma a partir de las participaciones que la Institución tiene en ambientes locales, nacionales e internacionales con los sectores productivos públicos y privados, además, en general con las diversas instituciones y organizaciones con actividades, productos y servicios relacionados sustentados en valores de igualdad y respeto mutuo.
- Modelo de investigación, desarrollo e innovación. Para este modelo se proponen algunos elementos que orientan la investigación y el desarrollo hacia la innovación social y a la solución de problemas de los diferentes sectores de la sociedad con los que la Institución se relaciona. Todo ello buscando una articulación de los grupos de investigación con la docencia y las áreas de vinculación.

Figura 1. Componentes y elementos del Modelo Educativo ITSON.



Nota. Adaptado de Modelo Educativo ITSON por O. Ángeles, 2023, p. 17

- Modelo organizacional y de gestión. Este modelo se refiere a la gestión que se realiza con el propósito realizar la transformación de la Institución, teniendo como base la filosofía y el proyecto institucional. Se fundamenta en una cultura organizacional orientada por la innovación y la responsabilidad social estableciendo su importancia en términos de las necesidades relacionadas con el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como la adaptación de las actividades sustantivas al entorno externo.

Si bien cada uno de los componentes es importante para la consumación de las metas institucionales derivadas del Modelo Educativo, se centra la discusión con respecto a los elementos planteados en el Modelo Pedagógico-Curricular, considerando que fundamentalmente brinda las pautas para el diseño de los elementos curriculares de la Institución, específicamente sobre el diseño de los planes y programas de estudio, las estrategias para la enseñanza y el aprendizaje. Primordialmente, se hace énfasis en la relación que guardan con el establecimiento de las características del perfil de los docentes que llevan a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje basados en este modelo.

El ITSON cuenta con una oferta educativa de 33 programas educativos (PE) ofertados en sus diferentes campus, cada uno de ellos es estructurado en términos de lo que el modelo pedagógico-curricular propone. De estos, 12 programas corresponden a aquellos enfocados a la formación de profesionales de la ingeniería: Ingeniería en Biosistemas, Ingeniería en Biotecnología, Ingeniería en Ciencias Ambientales, Ingeniería Civil, Ingeniería Electromecánica, Ingeniería en Electrónica, Ingeniería Industrial y de Sistemas, Ingeniería en Logística, Ingeniería en Manufactura, Ingeniería en Mecatrónica, Ingeniería Química e Ingeniería en Software. A partir del informe del año 2024, se puede ubicar que alrededor del 36% matricula de la institución se encuentra inscrito en PE relacionados con la ingeniería.

En las secciones siguientes se presentan antecedentes sobre aspectos fundamentales relacionados con el profesorado que atiende estos programas, particularmente la influencia de los elementos curriculares y PE en su perfil profesional. Se abordan temas como el Desarrollo Profesional Docente (DPD), la modelización y su vínculo con la formación matemática de los futuros ingenieros.

2.2. Perspectivas Internacionales en el Desarrollo Profesional Docente

La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (por sus siglas en inglés, UNESCO) nace en 1945 con la intención de favorecer las relaciones entre naciones. Una de las premisas principales de la organización radica en la concepción de que los acuerdos políticos y económicos no son suficientes para impulsar la paz, y que no es sino a través de la educación, la cultura y la cooperación científica que esto se puede lograr. En este sentido, la Organización busca que los ciudadanos tengan acceso a una educación de calidad, la cual es considerada no solo un derecho humano, sino también un medio para el desarrollo sostenible de las naciones.

Como parte de las acciones que desarrollan para el cumplimiento de este objetivo, UNESCO y la Organización Internacional del Trabajo (OIT) emiten conjuntamente la *Recomendación relativa a la situación del personal docente* en la Conferencia

Intergubernamental Especial sobre la Situación del Personal Docente realizada en 1966. Esta Recomendación retoma diversos ámbitos relativos al docente y su quehacer, entre ellos, la formación inicial, los programas de formación y la capacitación continua.

Con respecto a la formación del personal docente, se establece que su objetivo radica en:

...desarrollar sus conocimientos generales y su cultura personal; su aptitud para enseñar y educar, su comprensión de los principios fundamentales para el establecimiento de buenas relaciones humanas dentro y más allá de las fronteras nacionales; la conciencia del deber que le incumbe de contribuir, tanto por medio de la enseñanza como con el ejemplo, al progreso social, cultural y económico. (UNESCO, 1966, p. 6)

Para lograr este objetivo, la Recomendación anteriormente mencionada presenta cuatro puntos esenciales que deberían contener los programas de formación docente: (a) estudios generales, (b) estudios de elementos relacionados con educación y pedagogía, (c) estudios relativos a la disciplina y, (d) práctica docente dirigida por profesores expertos. La formación que reciban los profesores en estos programas debe ser equiparable a aquella que se reciba en la enseñanza superior.

Un aspecto que resalta la importancia de la formación de los profesores radica en términos de lo que la Recomendación define como profesionalidad, esto es:

La enseñanza debería considerarse una profesión cuyos miembros prestan un servicio público; esta profesión exige de los educadores no solamente conocimientos profundos y competencia especial, adquiridos y mantenidos mediante estudios rigurosos y continuos, sino también un sentido de las responsabilidades personales y colectivas que ellos asumen para la educación y el bienestar de los alumnos de que están encargados. (UNESCO, 2008, p. 9)

En este sentido existe una exigencia en que los profesores adquieran y desarrollen sus conocimientos y competencias a través de procesos de formación inicial, pero también de formación continua (perfeccionamiento del personal docente). Tanto para la formación inicial como para el perfeccionamiento del personal docente, considera necesarias acciones de investigación a nivel internacional que permita la cooperación y el intercambio de resultados a fin de definir políticas docentes y objetivos precisos.

En cuestión de lo que define como perfeccionamiento docente, la Recomendación estipula que:

Deberían organizarse cursos y tomarse otras disposiciones para permitir que el personal docente pueda mejorar su capacitación, modificar o ampliar su campo de actividad, aspirar a un ascenso y mantenerse al corriente de los progresos efectuados en su disciplina y en su campo de enseñanza, tanto respecto al contenido como en cuanto a los métodos. (UNESCO, 2008, p. 31)

Esta recomendación conjunta de la UNESCO y la OIT es dirigida al profesorado que brinda servicios en el nivel básico (preprimaria a secundaria), sin embargo, marca un precedente en la formación de profesores y sirvió como fundamento para la recomendación emitida referente al personal docente de enseñanza superior.

En el año de 1997, en la conferencia general de la UNESCO, se aprueba y emite la *Recomendación relativa a la condición del personal docente de enseñanza superior*. En ella, se retoman planteamientos realizados en la enfocada al personal docente de educación básica. En términos de lo que se plantea como profesionalismo, retoma el hecho de la profesión como un servicio público que requiere conocimientos profundos, pero agrega la necesidad que el profesor debe poseer un saber especializado.

Derivado de la Recomendación de 1997, durante la Conferencia Mundial sobre la Educación Superior denominada: La educación superior en el siglo XXI: visión y acción, se estableció que era necesario atender la "...actualización y mejora de sus competencias pedagógicas mediante programas adecuados de formación del personal, que estimulen la innovación permanente en los planes de estudio y los métodos de enseñanza y aprendizaje..." (UNESCO, 1998, "Artículo 10. El personal y los estudiantes", párr. 1).

Adicionalmente, la formación del profesorado es un aspecto sujeto a observación por la UNESCO, como se contempla en la Estrategia a plazo medio 2014-2021, aprobada en su 37ª. Conferencia General. En este documento se establecen nueve objetivos estratégicos que abonan de manera global e interdisciplinaria a los grandes programas que la organización tiene definidos (Educación, Ciencias exactas y naturales, Ciencias sociales y humanas, Cultura y, Comunicación e información). La formación de profesores se encuentra presente dentro del objetivo estratégico 1 "Apoyar a los Estados Miembros en el desarrollo de sistemas educativos que promuevan un aprendizaje a lo largo de toda la vida para todos, de gran calidad e inclusivo" donde establece que:

La UNESCO responderá a la necesidad de mejorar la calidad de la educación y el aprendizaje centrándose en los siguientes ámbitos esenciales (UNESCO, 2014, p. 19):

- Se ocupará de la gran penuria de docentes cualificados en numerosos países prestando apoyo al perfeccionamiento profesional del personal docente mediante el desarrollo de capacidades, especialmente por medio de establecimientos de formación de profesores y la difusión de prácticas docentes innovadoras que mejoren la eficacia del personal docente.
- Ampliará las posibilidades innovadoras de aprendizaje, en particular mediante la utilización de las TIC en la educación.
- Reforzará su labor en ámbitos decisivos para su logro efectivo, como los planes de estudios, la pedagogía y la evaluación de los resultados del aprendizaje.

Es claro que desde el ámbito internacional la situación del profesorado, en específico su formación, es un tópico de interés para los diferentes organismos y actores partícipes en la creación de las políticas educativas que aseguren una educación de calidad. En siguiente apartado se aborda de manera general cuál es la situación que guarda la formación de los profesores de matemáticas y su DPD en México.

2.3. Contexto nacional sobre el profesorado en matemáticas y su Desarrollo Profesional Docente

En México se incorporó la educación normal al sistema de educación superior, catalogándolo como un grado de licenciatura, desde el año de 1984, siendo la encargada de formar profesores de distintas licenciaturas entre las que se destacan Educación Preescolar,

Primaria, Secundaria, Educación Especial y Educación Física. En conjunto con las escuelas normales, la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) y los Centros de Actualización del Magisterio (CAM) integran parte de sistema de formación de profesores que se encarga de atender la educación en el nivel de EB en el país.

Sin embargo, respecto a los profesores que atienden la EMS y la ES, actualmente no se cuenta con un sistema nacional responsable de su formación inicial. En el caso de la EMS, derivado de los acuerdos plasmados en distintas reformas a lo largo del tiempo, se han establecido competencias docentes para quienes impartan educación media superior en la modalidad escolarizada e incluso profesigramas donde se definen carreras y posgrados que tienen un perfil profesional acorde a cada una de las asignaturas de los mapas curriculares. Además, se tienen iniciativas a nivel nacional para la formación, actualización y capacitación del profesorado derivados de la implementación de las diferentes reformas educativas en el país, por ejemplo, las actuales, que son derivadas de los planteamientos curriculares de la NEM.

En el ámbito de la ES, diversas instituciones (asociaciones, consejos, organismos acreditadores, entre otros) establecen pautas sobre la educación superior. No obstante, respecto a las competencias docentes, no existe una descripción clara y consensuada sobre los perfiles requeridos para los profesores de este nivel. Por lo general, la responsabilidad de la actualización y capacitación recae en las mismas IES donde los profesores ejercen su labor docente.

En este sentido, Camarena (2004) señala que solo una minoría de los docentes que imparten clases en el nivel superior cuenta con formación profesional específica para la docencia. La autora analiza estos resultados en el contexto general de los niveles educativos en México, observando que, en el nivel básico, los profesores reciben una preparación más sólida para la enseñanza mediante su formación en escuelas normales o la UPN. En contraste, para los niveles medio superior y superior, solo un pequeño porcentaje de los docentes está específicamente formado para la enseñanza; en estos casos, el académico suele ser un profesionista que, ya sea por vocación o por circunstancias diversas, ha terminado ejerciendo la docencia.

La situación que se observa en el profesorado en la ES incide en los diferentes programas educativos, así como en los diferentes campos de estudio y asignaturas impartidas. Dado que el interés central del presente trabajo es en la formación matemática de los estudiantes de programas de ingeniería, resulta fundamental profundizar en el análisis de la formación de los profesores de matemáticas en este nivel educativo.

En diversas investigaciones se ha encontrado que la formación matemática de los estudiantes de nivel medio superior y superior ha recaído en diferentes profesiones distintas de un perfil orientado a la enseñanza y el aprendizaje o didáctica de las matemáticas, es decir, profesionistas que si bien poseen una fuerte formación matemática carecen de formación en la didáctica (Beneitone et al., 2007; Dolores, 2014; Fonseca, 2011). Dolores (2014) identifica tres perfiles habituales de los profesores de matemáticas: (a) los matemáticos, cuyo objeto de estudio es la matemática en sí misma; (b) los ingenieros, que utilizan la matemática como herramienta para la modelización y solución de problemas; y (c) los profesores de matemáticas, cuya especialidad son los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta

disciplina. Esta diversidad de perfiles parece natural considerando la evolución histórica de la formación de matemáticos en el país.

Aunado a la preocupación de la UNESCO respecto a la formación inicial y continua del profesorado, otro factor crítico que ha propiciado esta situación de la diversidad de perfiles del profesorado ha sido la creciente cantidad de profesores que se incorporan en las aulas. En términos del incremento de profesores en la ES, de acuerdo con el informe sobre el panorama de la educación superior en Iberoamérica emitido en el 2019 por la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI), entre 2010 y 2016 se ha mantenido una tendencia de incremento en el personal docente similar al incremento en la matrícula de estudiantes. Sin embargo, en algunos países, entre los que se encuentra México, el crecimiento de la matrícula ha sido mayor que el de la planta docente dando lugar a un incremento en la relación de estudiantes por profesor.

Esta situación no es nueva en el país, ya que de acuerdo con la Coordinación Nacional para la Planeación de la Educación Superior (1981) en México entre los años 1970 y 1980 el alumnado del nivel superior incrementó en una tasa promedio de 12.5%, provocando que la razón de jóvenes que estudiaban este nivel incrementara de uno de cada veinte a uno de cada ocho al término de esa década, desencadenando una necesidad de mayor personal al frente de las aulas de educación superior. De acuerdo con la UNESCO (2015) derivado de este aumento surgieron las decisiones tomadas para disminuir los estándares de selección, durante la escasez de profesores que se dio al crecer el número de estudiantes en el nivel superior, lo que ha contribuido a una tendencia de tener personal sin una preparación adecuada al frente de la educación en las aulas de clases.

Con respecto a la formación del profesorado en matemáticas, a pesar de que el estudio de la matemática se remonta a siglos atrás, los programas para formar matemáticos en las universidades de América Latina se iniciaron en la primera mitad del siglo XX, específicamente en México durante la tercera década de ese siglo. Las carreras que antes existían estaban dedicadas a la capacitación del profesorado en matemáticas ligadas a escuelas de ingeniería, y gradualmente se fueron creando instituciones especializadas en la formación de matemáticos divididos principalmente en dos vertientes: enfocadas a las matemáticas puras o aplicadas, o con formación pedagógica (Beneitone et al., 2007).

En el caso de México, la formación de profesorado de matemáticas recae en diferentes instituciones educativas, en las cuales, los objetivos y estructuras presentan algunas disparidades en lo que presentan como currículos oficiales (Dolores y Hernández, 2014). En este análisis realizado con respecto de los perfiles de egreso de un total de 30 licenciaturas enfocadas a la formación de matemáticos, el 87% de los programas incluyó actividades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, mientras que solo el 20% de estas incluye en sus planes elementos de la didáctica de la matemática y el 80% restante no incluye en sus programas elementos de formación para ser un profesor de matemáticas. Mientras tanto, en la formación de ingenieros se considera el conocimiento matemático suficiente para resolver las tareas escolares inmersas en sus procesos de estudio, pero los elementos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas son nulos.

A través del tiempo, la concepción de profesor de matemáticas ha ido evolucionando hasta convertirse en un profesionista que combina elementos de la matemática y de su

didáctica para poder realizar sus actividades como profesional. Esta idea ha llevado a pensar que la formación de este no debería de ser una o la otra, sino que deberá estar compuesta por elementos de ambas áreas del conocimiento (Larios y Font, 2014).

Considerando lo que se establece en ambas recomendaciones respecto a las responsabilidades y expectativas que se tienen de la actividad docente, la situación actual de la formación del profesorado, así como de la necesidad de trabajar para el perfeccionamiento de dicha actividad, se advierte que se considera al profesor como un profesional de la educación que necesita una formación rigurosa que vaya más allá de lo que estudia en la formación inicial. Dicha formación, tanto la inicial como la continua, deben de lograr que el personal docente posea un conocimiento profundo en lo disciplinar y en lo pedagógico a través de acciones que fomenten el DPD de los profesores de matemáticas.

En el campo de la enseñanza de las matemáticas, se han realizado trabajos relacionados con el DPD de los profesores que se encuentran inmersos en los procesos de estudio de las Matemáticas a lo largo de los diferentes niveles educativos. Una de las cuestiones fundamentales investigadas es determinar cuál es el conocimiento que se necesita para generar una buena enseñanza de las matemáticas.

A través de investigaciones realizadas acerca de los modelos del conocimiento del profesor, se ha logrado consensar que es necesario tener conocimientos matemáticos profundos para poder enseñarlos, sin embargo, Ball (2017) menciona que no ha existido acuerdo en cuántas matemáticas debería conocer y, además, no se ha logrado demostrar que exista una relación entre la cantidad de matemáticas que conoce un profesor con el aprendizaje de los estudiantes. Godino (2009) agrega que tampoco existe acuerdo sobre cómo se puede lograr que los profesores desarrollen un dominio apropiado de los contenidos disciplinares, pero que se reconoce que, por sí mismo, dicho dominio no es suficiente para asegurar una competencia profesional siendo necesarios conocimientos de otra índole.

En este sentido, Harris et al. (2015) comenta que independientemente del nivel en el que se estudien las matemáticas, existe la necesidad de tener prácticas pedagógicas más inclusivas e integradas. Para los programas de formación de ingenieros la evidencia sugiere que profesionales de la ingeniería deberían de estar inmersos en la educación matemática de los futuros ingenieros, donde las matemáticas deberían ser enseñadas en el contexto de la ingeniería, estableciendo como necesarios cursos que sean basados en problemas, orientados a la resolución de problemas e incluyendo la modelización.

2.4. Perspectivas sobre la Modelización para la Formación de Ingenieros

La modelización se ha consolidado como una línea de trabajo fundamental en la Matemática Educativa, abordada desde múltiples perspectivas teóricas y metodológicas dentro del campo disciplinar. Esta diversidad de enfoques ha originado la utilización de diversos términos para referirse a este proceso, destacando entre ellos: modelación, modelaje, modelado y modelización, generalmente acompañados con el adjetivo matemática. Para los fines de este trabajo, se adopta el término *modelización matemática (MM)*, ya que es el que mejor se ajusta según el Diccionario de la lengua de la Real Academia Española (RAE), que la define como la “acción y efecto de modelizar”. El término modelizar, a su vez, se refiere a la construcción de un modelo o esquema teórico de una realidad o fenómeno determinado.

En diversas investigaciones (Galindo Vargas et al., 2023; Ramírez-Montes et al., 2021; Romo-Vázquez, 2014; Romo-Vázquez et al., 2019) se ha comentado que incluir elementos de modelización dentro del currículo para la formación de ingenieros resulta relevante para los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes. De acuerdo con Romo-Vázquez (2014) desde el ICMI 3 se ha presentado un paradigma de las matemáticas vistas como una disciplina de servicio, y que, en este sentido, se reconoce que las formaciones profesionales que no forman a futuros matemáticos no pueden basar la enseñanza de las matemáticas en el rigor y la estructura propia de las matemáticas sino en su potencialidad como herramienta para resolver, de manera eficaz, problemas prácticos. Todo ello considerando que la formación de ingenieros no debe conformar su formación matemática a una lista de conceptos y técnicas, sino a pensamientos matemáticos asociados a la MM.

Galindo Vargas et al. (2023), a partir de un análisis y evaluación de la viabilidad de recursos que permitan enseñar cómo modelizar a estudiantes de Ingeniería Química, comenta que la formación de los futuros ingenieros para los desafíos actuales de su quehacer profesional implica la innovación curricular. Esta innovación es compleja, pero se puede iniciar al realizar la selección, reducción y reformulación del conocimiento, para que pueda ser enseñado y aprendido en el contexto escolar, donde se incluyan ejemplos del mundo científico y laboral aun cuando los profesores no sean expertos en el manejo de dichos ejemplos. Es así como visualiza a los profesores de estos cursos en el papel de actores principales en el proceso de diseño de materiales de MM específicos, que permitan una formación más apta para la realidad a la que se enfrentan los futuros profesionistas, como en el caso que reporta para la formación de Ingenieros Químicos.

2.5. El Álgebra Lineal en la formación de ingenieros

Cuando se habla de áreas relacionadas con la formación de ingenieros, resalta aquella relacionada con áreas STEM, es decir, con la Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas; dentro de las cuales uno de los tópicos destacados es el Álgebra Lineal (AL). De acuerdo con lo establecido en las recomendaciones del grupo de estudio sobre el currículo del Álgebra Lineal (Stewart et al., 2022), la competencia en contenidos relacionados con el AL ha llevado a dar un impulso en las oportunidades profesionales en áreas de ciencias de datos, procesamiento de señales, criptografía, ciencias computacionales, entre otros.

Desde 1993 este grupo ha examinado el rol de los cursos iniciales de AL en el currículo matemático intentando ofrecer recomendaciones para satisfacer las necesidades tanto de los estudiantes como de las disciplinas posteriores al AL. Con el trabajo realizado en el transcurso de los años y tomando en consideración lo que las industrias demandan como habilidades necesarias, se ha situado al AL como un área que brinda mucho de los fundamentos de matemáticas que se necesitan actualmente en la industria.

Esta perspectiva ha influido en las recomendaciones de situar en los primeros cursos de formación matemática de los estudiantes nuevos paradigmas como la modelización matemática, la resolución de problemas y el pensamiento matemático vinculado a temas de un primer curso de AL, considerando temas entre los que se destacan los Sistemas de Ecuaciones Lineales (SEL). Aunado a lo anterior, el vincular las ideas del AL con la cantidad de problemas que pueden ayudar a comprender y resolver potencializa aún más su importancia; se destacan entre ellos los algoritmos de ranking como el de Google, la

programación lineal, los problemas de flujo de tráfico o redes, modelos de depredador/presa, imágenes médicas, equilibrio de ecuaciones de reacciones químicas, entre otros.

En los programas educativos de las escuelas de ingeniería se estudian elementos relacionados con los SEL comúnmente en los cursos de álgebra introductoria o remedial y el curso de AL. Los SEL resultan de vital importancia en la formación de ingenieros debido a las conexiones que guardan con diversas aplicaciones en el quehacer profesional de la ingeniería, pero, además, es un elemento transversal en la formación matemática de los estudiantes al estar considerados en los currículos matemáticos desde el nivel de educación básica hasta el nivel superior.

Acorde a lo que comentan Álvarez-Macea y Costa (2019) existen una gran variedad de situaciones problemas y aplicaciones de Ingeniería que pueden ser abordados desde los contenidos que se estudian en el AL (por ejemplo: vectores, matrices y sistemas lineales de ecuaciones, espacios vectoriales, y transformaciones lineales) convirtiéndola en una de las asignaturas con una potencial mayor de aplicación, lo cual la posiciona como una herramienta esencial para un ingeniero. Específicamente, los SEL forman parte del contenido matemático que se encuentra en el currículo escolar desde la educación básica, el cual tienen la oportunidad de generalizar en cursos de AL, pasando de un conocimiento de aquellos de dos ecuaciones con dos incógnitas a sistemas con una mayor cantidad de ecuaciones y de incógnitas, utilizando técnicas propias del uso de matrices en el proceso de solución (Trigueros et al., 2007).

La enseñanza del AL, así como las dificultades en el aprendizaje de los estudiantes, han sido estudiadas en diferentes investigaciones dentro de la Matemática Educativa. En estos reportes se observa que, a pesar del reconocimiento de la importancia en el estudio de los SEL, existen dificultades asociadas a su enseñanza y aprendizaje. Algunos de los obstáculos identificados se pueden clasificar de acuerdo con su fuente, desde un punto de vista epistemológico, desde los diseños didácticos y con respecto al uso de distintos tipos de lenguaje.

Por ejemplo, desde un punto de vista epistemológico, la dualidad existente en los cursos de AL, donde por una parte la realización de procedimientos concretos como el cálculo de un determinante o la eliminación por renglones de Gauss, se contraponen con el uso del formalismo, puede causar conflictos en los estudiantes debido a su experiencia en cursos previos (Rensaa et al., 2020). El formalismo y su uso es en sí mismo difícil, lo que Dorier et al. (2000) ha definido como un obstáculo, el obstáculo del formalismo.

En Ramírez y colaboradores (2005) se abordan las dificultades de los estudiantes asociando el estudio de los SEL a los modos de pensamiento del Álgebra Lineal: sintético-geométrico, analítico-aritmético y analítico-estructural (Sierpinska, 2000). En este sentido, el objeto matemático se conforma de diferentes características dependiendo del modo de pensamiento, en otras palabras, se conduce a diferentes significados de objeto. Por ejemplo, hablar de un modo de pensamiento sintético-geométrico se asocia con la intuición por su inmediatez. Mientras que el utilizar símbolos en el modo analítico implica una interpretación de significados de manera indirecta. Hablar de los modos de pensamiento en el AL implica la superación de dos obstáculos: uno que no asocia los números en la geometría y otro que implica que no se puede llevar la intuición geométrica a dominios aritméticos. A partir del estudio que realizan sugieren que “en la enseñanza se deben de tomar en cuenta las

características de los objetos matemáticos en cada modo de pensamiento para ayudar a los estudiantes hacer las interpretaciones necesarias y poder transitar entre los distintos modos” (Ramírez, et al., 2005, p. 418).

Por su parte, Oktaç (2018) realiza una caracterización de diferentes dificultades que surgen de la síntesis de resultados generados en su grupo de investigación en niveles educativos básico, medio superior y superior en países como México y Uruguay. De manera general encontraron dificultades asociadas a desvincular las incógnitas de las constantes conocidas del sistema, o coeficientes, por ejemplo, cuando se asocia la solución de SEL a procedimientos en el álgebra de matrices. En estas situaciones, al enfrentarse con resultados como $0 = 0$ o $-1 = 4$ los estudiantes interpretan como que el sistema no tuviera solución. Además, al trabajar con sistemas que incluyen parámetros existe una confusión entre las incógnitas del sistema y los parámetros, ya que se piensa que la solución consiste en los valores de los parámetros que hacen verdadero el sistema.

Además de lo anterior, otra de las dificultades que advierten, asociadas con los SEL y su solución, tiene que ver con el conocimiento previo que los estudiantes tienen sobre las ecuaciones lineales. Por ejemplo, que al trabajar con una ecuación lineal con dos incógnitas los estudiantes consideran que existe una única solución e interpreta los resultados como tal; también que la solución de una ecuación corresponde con la constante en el miembro derecho de la ecuación, ya que proporciona *el resultado*. Adicionalmente, distinguen la existencia confusión entre la solución para un SEL 2×2 y las soluciones para cada una de las ecuaciones, al considerar que la solución solo satisface el sistema de manera simultánea, pero no cada una de las ecuaciones por separado.

A partir de la implementación de instrumentos con consignas y tareas referentes a los SEL y su solución en grupos de diferentes niveles (dos universitarios, uno de preparatoria y uno de secundaria), la autora estableció algunas dificultades (ver Tabla 1) que mayormente se asocian con la concepción de la solución de un SEL asociada a la noción de punto o intersección en la gráfica del sistema en el plano cartesiano y a la priorización del uso de sistemas cuadrados y de única solución como tipos de problemas a estudiar en el contexto escolar.

Tabla 1. Dificultades asociadas con el aprendizaje de los SEL

Dificultad	Consideraciones de los estudiantes
Concepción de la solución como un punto de intersección o un par ordenado	<p>Un sistema no tiene solución, al no encontrar un par ordenado, por tanto, deberá tener infinitas soluciones</p> <p>Al encontrar un resultado del estilo $0 = 0$ se considera que no existe una solución por no encontrar un valor para x y para y</p> <p>Al presentarse una situación donde tres líneas rectas se intersecan dos a la vez, formando un triángulo, se considera que existen tres soluciones para el sistema.</p>

	Al presentarse una situación donde a dos líneas paralelas se intersecan con un tercera, se considera que existen dos soluciones para el sistema.
El número de incógnitas en el sistema debe ser el mismo número de ecuaciones	Al solicitarles escribir el SEL de ecuaciones que representan tres líneas en el plano cartesiano, los estudiantes consideraban que el número de incógnitas debía coincidir con el número de ecuaciones.
Descomposición de un SEL en sistemas de orden más pequeño	Al considerar que para la situación de las tres rectas que forman un triángulo, se pensaba en que cada punto correspondía a la solución de un SEL 2x2.

Nota. Creada a partir de Oktaç (2018)

A manera de sugerencias didácticas o para su enseñanza, la autora propone la incorporación de una variedad en los tipos de SEL que se abordan en el aula, la promoción de actividades que fomenten una transición entre la representación en contextos geométricos, hacia lo procedimental y conceptual, que permita favorecer la interpretación de los estudiantes sobre el concepto de solución de un SEL. Además, la incorporación del uso de las literales incluso cuando se eliminan, asociándolas con el coeficiente cero, de tal manera que mejore la interpretación de este tipo de resultados durante los procedimientos de resolución.

La identificación de la naturaleza de las dificultades y su vinculación con la forma en que los estudiantes construyen el concepto de la solución de un SEL es de vital importancia para el desarrollo e implementación de estrategias instruccionales efectivas (Trigueros et al., 2007). El profesor de matemáticas juega un papel fundamental en este sentido, D'Amore (2007) comenta que el profesor no es quien crea teoremas ni teorías en Matemáticas, sino que es un profesional en quien se confiere la responsabilidad de propiciar el desarrollo de competencias matemáticas en jóvenes estudiantes, quien tiene dos deberes principales: realizar una transposición didáctica del contenido matemático y comunicar la Matemática. Estos dos deberes no son triviales, requieren de una amplia creatividad y forman parte de la profesionalidad del docente.

2.6. Primeras aproximaciones al problema de interés

A partir de la información recopilada sobre la situación del DPD, se puede ver que, a nivel internacional y nacional, el diseño, implementación y análisis de acciones de formación inicial y continua del profesorado son de interés. Esta situación es visible tanto en las propuestas de organismos internacionales como en los reportes de investigación que se encuentran en la literatura especializada. Aunado a lo anterior, la diversidad de los profesores de matemáticas que se encuentran en servicio, especialmente en el nivel superior, requieren que estos procesos de formación continua potencialicen el conocimiento matemático, pero sobre todo el conocimiento en la didáctica a partir de la reflexión sobre la práctica docente.

También se observa que, dentro de la formación de ingenieros, la reflexión sobre las matemáticas que se enseñan y la forma en que se enseñan es un elemento importante. Considerar los contextos dentro de la ingeniería, un enfoque de resolución de problemas y la modelización, parecen constituir una parte crucial en el currículo de los programas educativos

que forman ingenieros. En este sentido, el profesor juega un papel elemental como un actor dentro del proceso que toma decisiones sobre la transformación de los contenidos matemáticos y su integración en el currículo.

La inclusión de la modelización matemática como parte del currículo escolar, en su papel de estrategia para el estudio de ciertos contenidos, y, por ende, en relación con el desarrollo de las competencias de modelización en los estudiantes, implica un compromiso en la labor de los docentes que atienden estos cursos en los programas de ingeniería. A su vez, desencadena en la necesidad de que los profesores la conozcan e incluyan dentro de sus planeaciones y en el diseño de tareas para el aula.

3 ESTADO DEL ARTE

Como se visualiza en la sección anterior, el desarrollo de trabajos relacionados con temáticas relacionadas con el profesorado es una cuestión que se aborda desde la literatura. Para conocer el estado actual las líneas de trabajo relacionadas con las temáticas delimitadas en la sección anterior, se establecieron una serie de criterios que permitieran una revisión sistemática de la literatura en Matemática Educativa (ME). Para ello, se realizó una búsqueda exhaustiva sobre aquellos reportes que abordan, de forma íntegra o parcial, las siguientes categorías: a) Desarrollo profesional docente (DPD), b) Modelización Matemática (MM), c) Formación de ingenieros (FI), d) Álgebra Lineal (AL) y, e) Sistemas de Ecuaciones Lineales (SEL). Se considera a la primera categoría como la cuestión más general, mientras que la última representa el aspecto más específico de las categorías de búsqueda, de manera que posibilite encontrar articulaciones de dichas temáticas en el contenido de los reportes de la literatura que se revisan. Para la selección de la información, se realizó la revisión en el rango de los últimos diez años, en bases de datos y revistas reconocidas en el campo de la Matemática Educativa, tomando como criterios de inclusión y exclusión los mostrados en la Tabla 2.

Tabla 2 Criterios de inclusión y exclusión para la selección de los reportes de literatura.

Criterios de inclusión	Criterios de exclusión
IN1: Reportes de literatura desde enero de 2015 hasta septiembre 2025.	EX1: Reportes de la literatura publicados fuera del periodo definido.
IN2: Estudios relacionados con al menos dos de las categorías de búsqueda establecidas, en el orden jerárquico declarado.	EX2: Estudios que no declaren una relación con al menos dos de las categorías de búsqueda establecidas.
IN3: Publicados en español, inglés o portugués.	EX3: Publicados en un idioma diferente de los declarados en IN3.
IN4: Tipos de documentos: artículos de revista, capítulos de libro y actas de conferencias.	EX4: Otros documentos diferentes de los declarados en IN4.

Nota. Elaboración propia.

Como primer paso se llevó a cabo una búsqueda orgánica en el motor de búsqueda *Google Académico* para indagar sobre las posibles revistas que pudieran incluir trabajos relacionados con los intereses de la revisión que se realiza, utilizando como elementos de búsqueda cada una de las categorías definidas anteriormente, así como combinaciones de ellas. Posteriormente, se realizó una revisión de los volúmenes y números de *revistas de tradición* en el campo de la ME, que por sus contribuciones cuentan con un amplio reconocimiento. La búsqueda consideró, en un principio, la identificación de documentos a partir del análisis de títulos y resúmenes, vaciando la información sintética de cada uno en una hoja de cálculo (datos de identificación, cuestiones principales que aborda, relaciones entre las categorías declaradas). Finalmente, se seleccionaron aquellos documentos de acuerdo con los criterios de inclusión y exclusión establecidos. En la Tabla 3 se muestra un listado de las fuentes analizadas y la cantidad de documentos seleccionados.

Tabla 3 Número de documentos seleccionados por cada base de datos y revista

Nombre	URL del repositorio	Número de documentos seleccionados
Bolema: Boletim de Educação Matemática	https://www.scielo.br/j/bolema	9
Educación Matemática	https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/	10
Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Relime)	https://relime.org/index.php/relime	3

Nota. Elaboración propia.

Una vez seleccionados los documentos, se procedió a una lectura de cada uno de ellos para establecer las conexiones que existen y estructurar la forma en la que se organiza la información en cada uno de los rubros que se conforma el análisis de este estado del arte (ver Tabla 4), así como las referencias que corresponden a cada uno de ellos. Para la organización y síntesis de la información se recurrió al uso de herramientas de la inteligencia artificial, posteriormente validada, y estructurada en cada uno de los rubros que se presentan en los siguientes apartados.

Tabla 4. Rubros para la organización de la información del estado del arte

Rubros	Referencias
La modelización en los programas de Desarrollo Profesional Docente: creencias y concepciones, prácticas y heurísticas	(Cruz <i>et al.</i> , 2020; Dede y Şener, 2021; Henríquez-Rivas <i>et al.</i> , 2021; Ledezma <i>et al.</i> , 2024; Mutti y Klüber, 2021; Parra-Zapata <i>et al.</i> , 2018; Ruiz-Olarría <i>et al.</i> , 2019; Sepúlveda-Herrera y Huincahue, 2024; Solar <i>et al.</i> , 2023; Vargas-Alejo <i>et al.</i> , 2024)
Desarrollo Profesional Docente de los profesores en Álgebra Lineal	(Hernández-Zavala <i>et al.</i> , 2023; Pérez y Piquet, 2022; Sosa Guerrero <i>et al.</i> , 2016)
La modelización matemática como estrategia didáctica en la formación de ingenieros	(Pizarro, 2020; Rodríguez Gallegos y Quiroz Rivera, 2016; Vargas Alejo <i>et al.</i> , 2018; Vázquez <i>et al.</i> , 2016)
Enseñanza y aprendizaje del Álgebra Lineal y los Sistemas de Ecuaciones Lineales en el nivel superior	(Aguilar-Salinas y Lara, 2023; Rodríguez <i>et al.</i> , 2022; Rozas-Torres <i>et al.</i> , 2024; Sabatinelli y Llanos, 2024)

Nota. Elaboración propia.

3.1. La modelización en los programas de Desarrollo Profesional Docente: creencias, concepciones, prácticas y heurísticas

La MM se ha posicionado como un enfoque para la enseñanza de las matemáticas, más que como un contenido curricular dentro de los PE. Su utilización se plantea como una alternativa a las estrategias de enseñanza tradicionales, situando al estudiante como

protagonista de la producción matemática en las actividades que se proponen, en contraste con aquellas que están centradas en la *transmisión* de conocimientos por parte del profesor.

Dada esta situación, surge como una necesidad de la formación y el desarrollo profesional de los docentes la integración de la MM con el fin de alinear la forma en que se prepara a los futuros docentes, pero también como una opción de búsqueda de la transformación de las prácticas de los docentes en servicio ante las demandas curriculares que surgen del contexto educativo actual. La MM se ha ubicado como una de las tendencias en la literatura del campo disciplinar, tanto en el diseño de propuestas de enseñanza como respecto a la formación y desarrollo profesional de los profesores, en especial cuando se refiere a la educación matemática para futuros profesionales de la ingeniería.

La integración de los elementos referentes en el DPD de los profesores ha permitido observar cuestiones referentes al desarrollo de sus competencias, la transformación de sus creencias y la promoción de prácticas reflexivas en torno a las estrategias para la enseñanza de las matemáticas en el aula de clases. En este sentido, Ledezma *et al.* (2024) comentan, a partir del análisis de trabajos finales de un programa de formación de futuros profesores, que la modelización permite a los futuros profesores valorar la relevancia de incluir situaciones auténticas y contextos apropiados para el diseño de actividades. Sin embargo, en ocasiones estas cuestiones quedan desplazadas por las condiciones cambiantes a las que se enfrentan los profesores, por ejemplo, para el caso que los autores presentan, el regreso a actividades presenciales después de la pandemia de COVID-19.

La importancia de la inclusión de situaciones auténticas y contextos apropiados también se resalta en el trabajo desarrollado por Cruz y colaboradoras (2020). Las autoras desarrollan una propuesta formativa basada en una estrategia de MM para futuros profesores a partir de la cual resaltan la importancia del diseño de experiencias que involucren la validación matemática y la reflexión conjunta. Por su parte, Dede y Taşpinar (2021) comentan que la adopción de la MM depende de las creencias y concepciones que tienen los profesores y de la confrontación de la teoría y la realidad en el aula de clase, cuestiones que pueden ser abordadas mediante la reflexión sobre los propios procesos de aprendizaje.

Ruiz-Olarría *et al.* (2019) realizan una propuesta fundamentada en los *recorridos de estudio e investigación* (REI) desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), en un escenario de formación para profesores de secundaria. La propuesta consistió en diferentes momentos donde los futuros profesores realizaron las actividades del REI como participantes, posteriormente lo analizaron desde un lente didáctico matemático, se diseñó un REI para el trabajo con estudiantes y se gestionó la experimentación de su diseño. Los autores hacen énfasis en la necesidad de reconstruir praxeologías que ayuden a superar una visión individualista y propicien la colaboración, la problematización y el diseño didáctico fundamentado.

Mutti y Klüber (2021) profundizan factores que condicionan la adopción de las perspectivas de MM por los profesores al realizar una revisión de la literatura. Destacan factores como sus horizontes de comprensión (concepciones previas, creencias y experiencias previas), su resistencia al cambio o la dificultad para superar las estrategias tradicionales catalogándolos como obstáculos para la adopción de la MM. Para superar

dichos obstáculos se visualiza como una alternativa plausible el apoyo y experiencia en espacios de formación y desarrollo profesional colaborativos siempre que se profundice y adapte a los contextos particulares de los profesores. Los autores también puntualizan que se distingue un discurso institucional que promueve el trabajo con la modelización, sin embargo, puntualizan que la sola existencia de materiales no basta. Se necesita el establecimiento de criterios para que los docentes comprendan cómo desarrollar propuestas con el uso de la MM en sus contextos.

En este mismo sentido, Parra-Zapata *et al.* (2018) documentan la participación de profesores en un espacio de formación en línea donde se aborda la modelización matemática. Se diseñó un espacio de reflexión con los profesores abordando ejes como aspectos teóricos de la MM, el papel de los contextos en la MM, así como la convergencia con otras líneas de trabajo. Este enfoque revela que las creencias, expectativas y heurísticas iniciales actúan como filtros que condicionan el grado de apropiación y profundidad de la participación.

Otras cuestiones que se han analizado se refieren a la relación entre la MM y la argumentación, cuyo estudio de forma individual se ha dado en la literatura, pero no de manera conjunta. Solar *et al.* (2023) comentan que el uso de la argumentación potencia el tránsito entre las diferentes fases de un ciclo de modelización, fomentando la creación de modelos, así como los procesos de validación cuando se llevan al aula. Sin embargo, destaca que es necesario la incorporación de tareas matemáticas abiertas y auténticas que propicien tanto la modelización como la argumentación entre los estudiantes; además, influye el diseño de la tarea, así como la gestión del docente y su formación específica recibida.

Con respecto a los procesos de solución de problemas cuando se incorpora la MM, Henríquez-Rivas y colaboradores (2021) comentan que, al proponer una tarea sobre el ordenamiento y la generalización de patrones de baldosas, las heurísticas de los profesores universitarios van desde abordajes intuitivos hasta la formalización y generalización. A partir del análisis de las estrategias utilizadas por los profesores, los autores ponen de manifiesto la riqueza de actividad cognitiva en cuanto a los procesos matemáticos involucrados y resaltan la importancia de su incorporación en las actividades de DPD.

Por otro lado, trabajos como el de Sánchez-Rodríguez *et al.* (2024) demuestran que los programas de actualización docente, apoyados en el uso de tecnologías, impulsan la evolución conceptual y didáctica de los profesores. Este tipo de programas permiten una comprensión más profunda de la modelización y sus posibilidades de incorporación de manera efectiva al aula. Finalmente, Sepúlveda-Herrera y Huincahue (2024) sostienen que la integración de la MM con otros elementos teóricos, como en su caso con la *etnomatemática*, propician una reflexión sobre el sentido y la aplicabilidad social de la modelización, promoviendo la atención a la diversidad cultural y la contextualización sociocultural del saber matemático.

Los trabajos consultados ubican a la MM como una estrategia para la transformación de la labor docente, mediado por la reflexión sobre creencias, la colaboración institucional, la integración de la tecnología y la diversidad de estrategias, constituyéndose en un factor

decisivo para el fortalecimiento del profesorado de matemáticas en los entornos universitarios y técnicos.

3.2. Desarrollo Profesional Docente de los profesores en Álgebra Lineal

La integración de la MM en los cursos de AL en el nivel superior ha sido una de las cuestiones señaladas desde la literatura y los grupos del estudio, como se mencionó anteriormente (*p.e.* Stewart *et al.*, 2022). Por consiguiente, el DPD de los profesores que enseñan AL, especialmente para aquellos profesores en servicio en programas de ingeniería, se debe sustentar en la actualización y transformación de los conocimientos, estrategias y metodologías para su enseñanza. Diversas investigaciones recientes abordan aspectos clave que permiten comprender y orientar procesos formativos innovadores en este campo.

Por un lado, Hernández-Zavala *et al.* (2023) trabajan con profesores en servicio de diferentes niveles educativos (dos de básico, uno de medio superior y dos de superior). Por medio de una entrevista inicial establecen que, en su mayoría, los profesores solo conocen el manejo de SEL cuadrados y de solución única. Además, que el estudio de SEL con infinitas soluciones no es abordado en clase, incluso, alguno de ellos manifiesta que este tipo de sistemas no pueden resolverse.

Los autores proponen actividades para el DPD de profesores centradas en el diseño de cinco artefactos semióticos que permiten la exploración de SEL con infinitas soluciones mediante la introducción de parámetros. Dicha propuesta se ve como una vía eficaz para la transformación de prácticas tradicionales y la diversificación de las estrategias de enseñanza. Esta formación brinda la posibilidad a los docentes de incorporar problemas contextualizados y modelar situaciones reales, reforzando la comprensión de los parámetros y la toma de decisiones en casos en los que los SEL presentan soluciones que no son únicas, es decir, problemas que retoman aspectos fundamentales en la enseñanza del AL para la ingeniería.

Además, Sosa Guerrero y colaboradores (2016) señalan que la especialización del conocimiento didáctico del profesorado debe contemplar el uso de herramientas que permitan conectar los contenidos abstractos del AL con contextos aplicados, facilitando la construcción colaborativa del significado matemático. También se debe promover la reflexión sobre el potencial didáctico de las tareas, la diversificación de ayudas y la ejemplificación intencionada, aspectos que contribuyen a responder a las necesidades de los estudiantes y el aprendizaje significativo en escenarios de modelización.

En De la Fuente Pérez y Deulofeu Pique (2022) se destaca que es relevante, además, que los profesores adquieran y perfeccionen la habilidad para establecer conexiones entre diversos registros de representación como cuestión esencial en el DPD en AL. Esta competencia no solo se relaciona con la gestión didáctica, sino que es parte importante en la interpretación de fenómenos complejos y la resolución de problemas contextualizados, tal como lo requieren los programas de ingeniería. El dominio de múltiples representaciones propicia el desarrollo del pensamiento algebraico y promueve la modelización matemática como eje central de la enseñanza.

La situación actual que se visualiza sobre el DPD en AL se enfoca en la actualización del conocimiento matemático, la diversificación de estrategias didácticas y el fortalecimiento de competencias para la modelización. Incluir estas cuestiones en los programas y acciones que se diseñen e implementen resulta crucial para que los profesores en servicio en programas de ingeniería logren transformar sus prácticas y responder a los desafíos de la enseñanza, propiciando un aprendizaje significativo y preparando a los estudiantes para la resolución de problemas complejos en contextos reales.

3.3. La modelización matemática como estrategia didáctica en la formación de ingenieros

La MM ha cobrado relevancia como una estrategia didáctica para la enseñanza de las matemáticas en la formación de ingenieros. Diversos estudios coinciden en que su incorporación, acompañada de problemas representativos del futuro quehacer profesional de los estudiantes, favorecen una comprensión más profunda y contextualizada de los conceptos matemáticos.

Pizarro (2020) plantea la construcción de secuencias didácticas en AL que integran distintos contextos, permitiendo a los estudiantes estudiar el concepto de transformación lineal. La autora propone una articulación entre la concepción *procedural* y *estructural* del objeto mediante el uso de elementos de la modelización, ayudando a superar la tendencia tradicional de abordar en el AL los objetos como una estructura única y general.

Por otro lado, cuando se presentan procesos de modelización, la experimentación es situada como uno de los elementos centrales al ser incorporada en el diseño de tareas basadas en el estudio de fenómenos físicos; lo que promueve en los estudiantes la construcción y validación de modelos matemáticos relevantes para la ingeniería. Rodríguez-Gallegos y Quiroz-Rivera (2016) destacan el rol del docente como un mediador en la integración de la modelización y la experimentación, así como una necesidad de fortalecer las competencias pedagógicas en estos enfoques.

La propuesta desarrollada en Vázquez *et al.* (2016) sobre la separación ciega de fuentes permite visualizar que la resolución de problemas auténticos permite crear una conexión entre los cursos de ciencias básicas, como el AL, con la práctica ingenieril. Esta conexión entre los modelos algebraicos y los desafíos en el quehacer de los ingenieros propicia el desarrollo de competencias matemáticas contextualizadas y el vínculo con las necesidades reales de la profesión.

En Vargas Alejo *et al.* (2018) abordan la MM desde la perspectiva de competencias, mostrando que los estudiantes logran una integración conceptual al enfrentarse a actividades abiertas y cercanas a la realidad. El diseño de propuestas didácticas con *actividades provocadoras de modelos* fomenta competencias como razonamiento adaptativo, fluidez procedimental y comprensión conceptual. Los autores destacan la potencialidad de extender este enfoque al nivel superior y su impacto en la formación docente para programas de ingeniería.

En síntesis, la MM toma su lugar como una estrategia que permite transformar la forma en que se enseña y aprende el AL en la formación de ingenieros. Principalmente, se distingue por vincular los conceptos abstractos con la realidad profesional promoviendo el desarrollo de competencias. En este sentido, la articulación de contextos diversos, la experimentación y la resolución de problemas auténticos representan elementos clave para lograr una comprensión robusta y flexible conceptos matemáticos, así como para vincular los cursos básicos con los retos propios del ámbito ingenieril. Ante este panorama, el rol del docente se enfatiza como un mediador para lograr lo esperado y su desarrollo profesional para afrontar estos desafíos cobra especial importancia.

3.4. Enseñanza y aprendizaje del Álgebra Lineal y los Sistemas de Ecuaciones Lineales en el nivel superior

Como se mencionaba en la sección de antecedentes, el estudio de la enseñanza y el aprendizaje del AL y los SEL en el nivel superior, especialmente en programas de ingeniería, revela una situación compleja compuesta por desafíos de carácter didáctico, epistémico y curricular que han evolucionado a lo largo del tiempo.

Sabatinelli y Llanos (2024) analizan los programas de AL y Geometría Analítica (GA) en los planes de estudio de carreras de ingeniería en Argentina, destacando que uno de los principales problemas es la dificultad para lograr una integración efectiva entre los contenidos de AL y GA en los planes curriculares. Los autores realizan este estudio en un periodo comprendido de 1810 a los programas actuales, dividiendo en cuatro lapsos, siendo el estudio de los SEL una de prácticas que permanece en los programas a lo largo del tiempo. En estas transformaciones históricas se puede visualizar que persiste la separación entre ambas áreas y una desarticulación temática que afecta la comprensión conceptual de los estudiantes. Se enfatiza la necesidad de articular los contenidos del ciclo básico para conectar la enseñanza con aplicaciones prácticas y las necesidades profesionales, promoviendo el enfoque de modelización como un recurso clave en el DPD.

En cuanto al aprendizaje, las investigaciones como Aguilar-Salinas y Lara (2023), donde analizan los resultados de un examen colegiado de AL aplicado a estudiantes universitarios, muestran que estudiantes de primer año enfrentan obstáculos particularmente en temas que no fueron abordados en los niveles educativos previos, como la regla de Cramer, el producto de matrices y el concepto de espacios generados por vectores. Dentro de estos reactivos de mayor dificultad se encuentran también aquellos sobre la resolución de SEL mediante la regla de Cramer y eliminación Gaussiana.

Respecto a las concepciones previas sobre SEL, en Rozas-Torres *et al.* (2024) se observa que los estudiantes que ingresan a la universidad centran sus *modos de pensamiento* mayormente en lo geométrico y aritmético, presentando dificultades para transitar hacia modos analíticos más estructurales. La visualización geométrica, la coordinación de distintos modos de razonamiento y la construcción de un significado sobre la solución de un SEL aparecen como ejes para la comprensión y la superación de errores persistentes.

Rodríguez y colaboradores (2022) comentan la importancia de promover el tránsito conceptual entre representaciones y modos de pensamiento para la comprensión sobre el conjunto solución de un SEL. En este sentido, para evitar obstáculos didácticos y lograr una comprensión estable, se debe fomentar la articulación entre los enfoques geométrico, aritmético-analítico y algebraico-estructural, así como diseñar tareas que permitan el paso de la matemática escolar hacia el álgebra lineal abstracta, desarrollando capacidades para la modelización y el análisis estructural de sistemas lineales.

3.5. Un estado del arte del Desarrollo Profesional Docente de profesores de Álgebra Lineal en ingeniería

La revisión de la literatura que se realiza para conocer el estado actual del DPD de profesores de AL en programas de ingeniería, muestra un escenario de transformación de las estrategias para la enseñanza impulsado por la inclusión de la MM como un enfoque apropiado, especialmente cuando se refiere al estudio de SEL. Se visualiza una necesidad de actualizar y diversificar conocimientos y estrategias didácticas, incorporando problemas contextualizados, la integración de diversos registros de representación, y el fortalecimiento de competencias que permitan articular contextos reales de la ingeniería con los contenidos disciplinares del AL como los SEL.

En este contexto, como se ha mencionado anteriormente, la MM se presenta como no solo como alternativa a las estrategias tradicionales, sino como una herramienta para transformar prácticas docentes, otorgando al estudiante el papel principal en la producción matemática mediante la resolución de problemas auténticos y actividades abiertas. Sin embargo, el éxito de esto depende de la reflexión sobre creencias y concepciones docentes, la integración del uso de la tecnología, la adaptabilidad a contextos particulares, así como el diseño e implementación de propuestas de DPD apropiadas para el contexto de los profesores. La integración de la MM en el diseño de talleres de competencias para el estudio de SEL se visualiza como una oportunidad para promover la transformación de las prácticas docente sobre la enseñanza del AL y los SEL en programas de ingeniería, todo ello en consonancia con las tendencias internacionales y las demandas actuales de la ME planteadas tanto en la sección de antecedentes como en el estado del arte que se construye.

4 LA PROBLEMÁTICA, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

Las secciones anteriores se ofrecen una panorámica del DPD en el ámbito internacional y, de manera más específica, se analiza la situación en el país, poniendo énfasis en sus características, las instituciones responsables de su implementación y los niveles del SEN mexicano en los que se concentra. Además, el estado que guarda el DPD de los profesores de AL mediante una revisión sistemática de la literatura en ME de los últimos años.

En esta sección, se establece una problemática específica orientada por las características del proyecto, definida en las secciones anteriores, así como la situación actual de la institución de interés. Para tal efecto, se incluye información obtenida mediante las tres fuentes siguientes: (a) artículos sobre DPD publicados en revistas de ME, (b) documentos curriculares propuestos para el nivel superior en México que influyen en el DPD y (c) un análisis sobre las prácticas docentes en el proceso de estudio de los SEL en un curso de AL de la institución.

4.1. Tendencias en los programas de DPD de los profesores de matemáticas desde la Matemática Educativa

En ME, los estudios sobre el DPD de los profesores que imparten cursos de matemáticas se han consolidado como una de las líneas de trabajo e investigación de interés en el área, lo cual se sustenta en el análisis de los reportes de la literatura especializada que se reportan. Reflejo de lo anterior, se ve en el estudio temático enfocado en la educación profesional y el desarrollo de profesores de matemáticas (Even y Ball, 2009a) por parte de la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI, por sus siglas en inglés) donde se articulan ideas sobre el trabajo internacional sobre el desarrollo, investigación, teoría y práctica en torno a esta temática.

Una de las premisas para los estudios sobre el DPD, es que se consideran los profesores como piezas fundamentales para brindar oportunidades a los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas. Además, que como producto de las experiencias antes y después de su práctica docente, pero también sobre el impacto de su educación profesional, se estructuran las matemáticas que los profesores conocen, se preocupan y utilizan (Even y Ball, 2009b).

Matos y colaboradores (2009) comentan que las actividades relacionadas con el desarrollo profesional han evolucionado a través del tiempo, encontrando momentos con diferentes características en la forma y objetivos que se buscaban. En un primer momento, ofrecían cursos sobre contenidos matemáticos, generalmente en universidades, en donde se buscaba que los profesores incrementaran su conocimiento matemático sobre temas específicos o en nuevos desarrollos matemáticos.

Posteriormente, además de las clases ofrecidas por universidades, se contaban con una serie de actividades proporcionadas por sus propias escuelas en donde el objetivo ya no solo estaba exclusivamente relacionado con el contenido matemático, sino que involucraba a los profesores en el desarrollo de nuevas técnicas para la enseñanza de las matemáticas. Más

recientemente, si bien las actividades como las que se mencionan siguen vigentes, también se pueden identificar acciones que involucran más colaboración y redes en el contexto de la enseñanza; entre ellas pueden mencionarse la observación de colegas en el aula, reuniones para discusión sobre el diseño de lecciones, discutir las posibles respuestas de los estudiantes a un problema, entre otras.

Adicionalmente a esta evolución, Widman Aguayo (2021) añade que una de las tendencias se relaciona con el desarrollo profesional en línea de los profesores de matemáticas, las cuales pueden llevarse a cabo tanto en contextos informales como formales. Se consideran como acciones informales aquellas donde los profesores comparten lecciones, revisan recursos o participan en foros de discusión en redes sociales sin un diseño instruccional de por medio o sin productos considerados como evidencias. En tanto que las acciones formales se definirán como aquellas donde los procesos de DPD están basados en un diseño instruccional, utilizando modelos o teorías; y que además cuentan con evidencias de sus aprendizajes y procesos de reflexión en términos de sus participaciones, la entrega de productos o la elaboración de propuestas pedagógicas.

De acuerdo con lo que plantean Matos y colaboradores (2009), actualmente los modelos sobre el DPD están adquiriendo un enfoque hacia las prácticas de los docentes en el aula. Para lo anterior, existen modelos como el estudio de lecciones, el desarrollo de programas o herramientas y la reflexión sobre el discurso donde los participantes examinan, discuten, comparten, modifican, expanden y crean conocimiento sobre su propia práctica.

El modelo correspondiente al desarrollo de programas empaquetados o conjuntos de herramientas, a menudo se desarrollan en conjunto con una o más comunidades de docentes que enseñan en el nivel al que están destinados los materiales. Un ejemplo de este tipo de modelo se visualiza en el proyecto estadounidense *Star Schools* en donde se desarrollaron un conjunto de materiales (herramientas) para abordar la brecha entre la teoría y la práctica fundamentada en torno a las cuestiones de los estándares curriculares, la instrucción efectiva y el desarrollo de la capacidad de los docentes. Dicho proyecto ejemplifica la incorporación de cinco características importantes que se derivan de la literatura:

- Conectar los programas de DPD con la instrucción en el aula.
- Propiciar la revisión de la influencias locales y culturales en la enseñanza y el aprendizaje.
- Enfatizar el foco en la forma de pensar del estudiante y la enseñanza para la comprensión.
- Promover la profundización del conocimiento de los contenidos por parte de los docentes.
- Alinear el desarrollo profesional con respecto al plan de estudios, la instrucción y la evaluación.

Para indagar sobre alguno de las cuestiones importantes que se mencionan, en la siguiente sección se realiza un análisis de las cuestiones curriculares referentes a la educación en el nivel superior en nuestro país y como éstas se relacionan con el DPD.

4.2. Incidencia de los elementos curriculares en los programas de DPD de los profesores de matemáticas

Con el fin de puntualizar más sobre las cuestiones de interés del proyecto, relacionadas con el DPD sobre el AL y los SEL, se realiza un análisis de carácter documental de tres elementos curriculares: (a) el Modelo Pedagógico-Curricular ITSON (Ángeles, 2023), (b) planes de estudio y programa de curso (ITSON, 2024), y (c) libros de texto de la bibliografía recomendada para el curso (Kolman y Hill, 2006). Además, se estudia la relevancia de éstos con respecto a elementos el *Marco de Referencia 2025* para la acreditación de programas de ingeniería del Consejo de Acreditación de la Enseñanza de la Ingeniería A.C. (CACEI), uno de los organismos acreditadores con mayor influencia y encargado de la evaluación de los PE de la Institución.

4.2.1. Consideraciones generales para el DPD de la institución

Como se mencionó en los antecedentes, dentro del Modelo Educativo ITSON, el Modelo Pedagógico-Curricular brinda las pautas para la estructuración de todo lo relacionados con la enseñanza y el aprendizaje en la Institución; está constituido de ocho elementos: (a) Enfoque por competencias, (b) Centrado en el aprendizaje, (c) Flexibilidad curricular, (d) Aprendizaje situado, (e) Transversalidad, (f) Uso de las TIC, TAC y TEP, (g) Emprendizaje social, y (h) Nuevos roles de los actores del proceso.

Todos estos elementos deberán permear en los elementos curriculares que se desarrollen en la Institución, como los planes de estudio de los programas educativos (PE) de la institución y los programas de clase; pero también en la formación de los profesores a través de las acciones institucionales de DPD que se ponen a disposición de la planta docente. En otras palabras, cada uno de estos elementos brinda características que deberán verse reflejadas en los profesores que brinden formación a los estudiantes de cada uno de los PE.

Uno de los elementos centrales planteado de manera general desde el modelo curricular es la noción de aprendizaje situado. Esta noción se desarrolla a partir de la propuesta de Diaz Barriga sobre la cognición situada donde se enfatiza que el conocimiento es situado, como parte y producto de las actividades, el contexto y los elementos culturales en donde se desarrolla y se usa. En el enfoque del aprendizaje situado se promueve una enseñanza centrada en prácticas educativas auténticas, las cuales requieren ser coherente, significativas y propositivas. Es así como se considera que el aprendizaje se deriva de un proceso de enculturación, en donde los estudiantes se integran gradualmente a una comunidad o a un conjunto de prácticas sociales y culturales.

Sin embargo, considerando el ambiente educativo tradicional, es complicado contar con escenarios y oportunidades para el desarrollo de actividades reales y contextualizadas. Por lo anterior, el diseño de experiencias educativas resulta conveniente para acercar a los

estudiantes a situaciones y problemas a los que podrán enfrentarse en la vida profesional. En este sentido, de acuerdo con el modelo, algunos de los métodos de enseñanza y aprendizaje que acercan a los estudiantes a entornos cercanos al contexto, en términos de lo social, cultural, laboral y profesional del estudiante, podrían ser algunos de los siguientes:

- Aprendizaje centrado en la solución de problemas auténticos.
- Análisis de casos (case method).
- Método de proyectos.
- Prácticas situadas o aprendizaje in situ en escenarios reales.
- Aprendizaje-servicio (in service learning).
- Trabajo en equipos cooperativos.
- Ejercicios, demostraciones y simulaciones situadas.
- Aprendizaje mediado por las nuevas tecnologías de la información
- y comunicación (TIC).

La inclusión de la idea sobre el aprendizaje situado facilitaría la formación de competencias al promover la actividad del estudiante, sin embargo, esto implica que éstos tomen decisiones por sí mismos, propiciando acciones que faciliten la aplicación del conocimiento, garantizando la significatividad del aprendizaje porque está contextualizado en situaciones específicas.

Otro de los elementos principales del modelo se refiere a centrarse en el aprendizaje, más que en la enseñanza, partiendo de la idea de que el individuo no es un mero reproductor de saberes culturales y científicos, y que el aprendizaje no se da como una acumulación de información. Entonces, un enfoque que se basa en el aprendizaje tendrá como característica esencial la incorporación de una serie de supuestos, objetivos, estrategias y recursos orientados a lograr aprendizajes significativos de los contenidos curriculares y favorecer el aprender a aprender, promoviendo la autonomía del estudiantado.

Elementos como los mencionados anteriormente, asumen que deberá existir un cambio en las orientaciones y prácticas donde el profesor mantiene el control del proceso, permitiendo de manera restringida la participación del estudiante. Este cambio devendría en la necesidad de proponer nuevas perspectivas y orientaciones formativas diferentes que se sustenten en una diversidad de estrategias de aprendizaje, enseñanza y evaluación, con una modificación de las formas de participación de docentes y estudiantes. Además, implicaría la creación de escenarios pertinentes para el aprendizaje donde el diseño de estas experiencias resulte conveniente para acercar a los estudiantes a situaciones y problemas a los que podrán enfrentarse en la vida profesional.

El docente evoluciona de ser una figura dedicada a la transmisión de información (especializada), a convertirse en un guía y orientador, en un profesional capaz de generar nuevos ambientes para lograr aprendizaje significativo dentro de su campo de conocimientos o profesional. Retos y roles como los de facilitador, tutor, mediador o modelador, además de ser un especialista en los cursos que imparte. Además, de acuerdo con el modelo educativo

debe cumplir otras funciones relevantes como la de generación y aplicación de conocimiento, la vinculación con el entorno, la participación en diversos cuerpos colegiados y en actividades de gestión.

Además de los elementos que se proponen en el modelo educativo, y más concretamente en el modelo pedagógico curricular, en el caso de los programas orientados a la formación de ingenieros, y específicamente en ITSON, uno de los organismos acreditadores con mayor influencia es el Consejo de Acreditación de la Enseñanza de la Ingeniería A.C. (CACEI). En el Marco de Referencia 2025 establecido por CACEI se brindan pautas sobre la educación para la formación de ingenieros, dividida en categorías y criterios relevantes para la acreditación de los PE relacionados con los estudiantes, los planes de estudio, los objetivos educacionales, los atributos de egreso, el personal académico, el soporte institucional, la mejora continua y los elementos del área disciplinar del PE.

Con relación a los planes de estudio propone criterios referentes a la organización curricular, problemas de ingeniería completos, experiencia en diseño y flexibilidad curricular. En la organización curricular se plantean los ejes curriculares de ciencias básicas, ciencias de la ingeniería e ingeniería aplicada y diseño en ingeniería, ciencias sociales y humanidades, ciencias económico-administrativas y cursos complementarios. Estos ejes de organización se relacionan estrechamente con los niveles declarados para cada semestre de los planes de estudio de los PE, así como con los bloques establecidos.

Como se mencionó anteriormente, se ahondará mayormente en lo relacionado con Ciencias Básicas, para lo que CACEI define que este eje dentro del plan de estudios del PE deberá de dotar al estudiante de una formación sólida y un conjunto de conocimientos y habilidades relacionadas con el estudio de conceptos y soluciones teóricas de problemas relacionados con fundamentos en matemáticas y ciencias naturales. Adicionalmente, se buscará que desarrolle herramientas y habilidades matemáticas para predecir y escudriñar escenarios, que analice datos y comprenda fenómenos físicos, químicos y biológicos que le permitan la resolución de problemas de ingeniería. Considera para este eje que los contenidos deberán ser abordados en un mínimo de 700 horas bajo conducción docente.

Cabe mencionar que, a pesar de brindar estas especificaciones con respecto a las Ciencias Básicas, no presenta ni siquiera de manera general cuáles conocimientos deberán ser promovidos como parte de este eje. Posteriormente, se brindan algunas ideas en la categoría sobre las áreas disciplinares de los PE, sin declarar de manera sistemática los conocimientos matemáticos esperados para la formación de los ingenieros, definiéndolos de manera semi-concisa para ciertos bloques de ingenierías y de manera más difusa en otros. Por ejemplo, se declara en algunos un listado de áreas de los programas denominados Ingeniería Ambiental o similares, donde establece “ciencias básicas que incluyan ecuaciones diferenciales, cálculo diferencial e integral, probabilidad y estadística” (p.51) o algunos otros como el de programas denominados Ingeniería en Biotecnología o similares donde solo dice

“ciencias básicas consistentes con los objetivos educacionales declarados y acordes a los atributos de egreso esperados” (p. 52)

En el caso del personal académico, CACEI lo sitúa como uno de los elementos críticos en el proceso de formación de los estudiantes universitarios, al estar influenciado por la participación de profesores competentes, expertos, comprometidos y visionarios. Los criterios que se consideran para esta categoría se relacionan con el perfil, la suficiencia, la distribución de actividades, la evaluación y el desarrollo, la autoridad y responsabilidad en el PE, así como la selección, permanencia y retención del personal académico.

Entre las cuestiones mencionadas recae el interés en lo relacionado con el perfil, la evaluación y el desarrollo del personal académico. Con respecto al perfil, se espera que los profesores posean competencias académicas apropiadas basada en que éstos tengan una formación académica afín al PE donde se desempeñan, que exista una diversidad en la experiencia profesional, y que exista experiencia y competencia en docencia, investigación y práctica profesional en ingeniería. Además, plantea la necesidad de tener un sistema integral, continuo, pertinente y eficiente de evaluación del personal académico que esté vinculado a una toma de decisiones que oriente el desarrollo docente y profesional de su personal académico.

Estas puntualizaciones son las que menciona el marco de referencia de CACEI, sin dar mayor detalle sobre las cuestiones del desarrollo docente y profesional, salvo algunas preguntas de reflexión sobre la existencia de sistemas de evaluación y cómo se considera el grado o nivel de actualización pedagógica y disciplinaria de los profesores de cada PE. Por lo anterior, sería importante indagar sobre cómo se concretizan estas cuestiones a nivel institucional y cómo influyen en los programas de desarrollo profesional que se promueven entre los profesores.

4.2.2. Implicaciones para los docentes en la enseñanza del Álgebra Lineal en la Formación de Ingenieros

Cada uno de los 12 PE de la institución dirigidos a la formación de ingenieros, cuenta con un plan de estudios que se organiza por semestres categorizados por niveles: básico (1-3), intermedio (4-6) y avanzado (a partir del 7). A su vez, también se estructura en bloques de asignaturas: formación general, ciencias básicas, inglés universitario, práctica profesional y otros de especialización. El bloque referido a las Ciencias Básicas está integrado por asignaturas que corresponden a las áreas de Matemáticas, Física y Química. Con respecto a Matemáticas, las asignaturas que se encuentran, mayormente, en los diferentes PE de Ingeniería son: Matemática Introdutoria, Precálculo, Cálculo I, Cálculo II, Cálculo III, Álgebra Lineal, Ecuaciones Diferenciales, Métodos Numéricos, Probabilidad y Estadística, entre otras que son específicas de algún PE.

Con respecto a la formación de los estudiantes que cursen estos programas educativos en el área de ingeniería, se plantea como competencia de egreso relacionada con el bloque de Ciencias Básicas que puedan *proponer soluciones a problemas de la Ingeniería*

*articulando coherentemente un conocimiento sólido de las ciencias básicas para el bienestar social. Por su parte, de manera particular como competencia de matemáticas en ciencias básicas se espera que **proponga soluciones a problemas de la Ingeniería utilizando conocimiento matemático sólido con un enfoque profesional interdisciplinar, el uso pertinente de las tecnologías de información y comunicación, y un firme compromiso ético y social.***

Para el caso del curso de AL, se identifica que forma parte de 11 de los 12 PE de formación de ingenieros que oferta ITSON, diferenciándose en dos cursos diferentes de acuerdo con número de horas-clase (hc) que corresponde. Existe un curso de AL correspondiente a un curso de 3hc por semana, es decir, 45 horas semestrales (considerando una duración de 15 semanas por semestre) el cual es cursado por 6 PE de ingeniería. Por otro lado, existe otro curso de AL de 5hc por semana, 75 horas semestrales, que es cursado por 5 PE de ingeniería. La distribución de los cursos es diferente en cada PE, se pueden ubicar 10 de los cursos en los semestres de nivel básico (primero, segundo y tercero) y solo 1 en los semestres de nivel intermedio (cuarto).

Para contribuir a las competencias básicas establecidas para el bloque de Ciencias Básicas, y específicamente a las competencias matemáticas, el curso de AL tiene como competencia del curso que los estudiantes sea capaces de *justificar alternativas para la solución de problemas de Ingeniería con el uso de la matemática intermedia, con un enfoque profesional transdisciplinar, el uso pertinente de las tecnologías de información y comunicación, y un firme compromiso ético y social.* Dividiéndose esta en cinco unidades de competencia para el curso (ver Tabla 5), donde se centra la atención en la tercera de ellas por ser la relacionada con el estudio de los SEL.

Tabla 5. Unidades de competencia del curso de Álgebra Lineal

Unidad	Competencia
I	Resuelve problemas que involucran el uso de números complejos con base en sus propiedades utilizando las distintas notaciones.
II	Resuelve problemas que involucran operaciones con matrices y determinantes mediante las propiedades de estos.
III	Resuelve problemas que involucran sistemas de ecuaciones lineales.
IV	Resuelve problemas que involucran espacios vectoriales basándose en sus propiedades.
V	Resuelve problemas que involucran transformaciones lineales. Resuelve problemas que involucran valores y vectores característicos de una matriz asociada a una transformación lineal.

Nota. Adaptado del Programa de Curso de Álgebra Lineal (ITSON, 2024).

Para lograr estos objetivos planteados en la formación de los estudiantes, el modelo curricular de la institución plantea centrarlos como protagonistas del proceso de formación

y, además, recrear dentro del salón de clases la realidad laboral a la que se enfocan, desarrollando proyectos enfocados a la identificación y solución de problemas propios de la profesión. Se plantea que el desarrollo de las competencias parte de situaciones problemáticas auténticas y reúnen ciertas características que las distinguen de otros enfoques; en este sentido la incorporación de estrategias innovadoras de enseñanza recae en los profesores que imparten la asignatura de AL.

En cuestión de los contenidos matemáticos que se esperan para el curso de AL, para el desarrollo de la tercera unidad de competencia se proponen como requerimientos de información que el estudiante conozca tipos de sistemas de ecuaciones lineales con base en sus características y sobre la solución de sistemas de ecuaciones lineales por diferentes métodos. Específicamente se espera que los contenidos de la unidad se enfoquen en ecuaciones matriciales lineales, el rango de una matriz, la clasificación de SEL de orden $m \times n$, la solución de SEL de orden $m \times n$ por diferentes métodos y la modelización de problemas en sistemas de ecuaciones.

De manera general, los aprendizajes esperados por desarrollar en los estudiantes se centran en que sean capaces de identificar tipos de sistemas de ecuaciones lineales a partir del reconocimiento de sus características, así como resolverlos por medio de métodos algebraicos. Al analizar lo que se promueve desde el programa del curso, parece existir una tendencia a privilegiar el desarrollo de la resolución de situaciones problemas carentes de un contexto extra-matemático que propicien el desarrollo de la competencia de modelización en los futuros ingenieros.

Esta situación pareciera no estar alineado con lo que se plantea en cuestión de los objetivos y el tipo de contenidos esperados a partir de la revisión del modelo curricular, donde el discurso se centra en el desarrollo de competencias orientadas al quehacer de los futuros profesionistas. De la misma manera, dista de las recomendaciones emitidas por CACEI en cuestión el rubro de Planes de estudio, donde considera la incorporación de problemas de ingeniería complejos con el objetivo de "...preparar a los estudiantes para identificar y resolver problemas de ingeniería complejos, aplicando las matemáticas, las ciencias naturales, las ciencias de la ingeniería y la ingeniería aplicada" (CACEI, 2024, p. 14).

El programa del curso para AL propone como bibliografía primaria el libro *Álgebra Lineal* de Kolman y Hill (2006), a partir del cual se realiza un análisis con el objetivo de identificar los contenidos promovidos con respecto al estudio de los SEL. De tal manera que, a partir de dicho análisis, se pueda conocer qué tipos de situaciones problemas y cuáles procedimientos de solución son propiciados en el libro.

En el primer capítulo se abordan cuestiones relativas a la introducción al estudio de los SEL, las matrices, operaciones con matrices y sus propiedades, transformaciones matriciales, resolución de SEL, la matriz inversa y la factorización LU. Posteriormente, en un segundo capítulo se vinculan estas nociones con respectivas situaciones y problemas para su aplicación como teoría de códigos, teoría de gráficas, creación de gráficos por computadora, circuitos eléctricos, cadenas de Markov, modelos económicos lineales y, wavelets (ondeletas u onditas).

Para cada una de las secciones de los capítulos se encuentra una organización similar, compuesta por una introducción de las ideas y conceptos, su ejemplificación, un listado de términos clave abordados en la sección, listado de ejercicios por resolver, listado de ejercicios teóricos, listado de ejercicios con *MatLab*, y en algunos de ellos una vista preliminar de una aplicación de la temática que se abordó en la sección.

Al revisar lo que se propone en el libro, se visualiza que las situaciones que se abordan son tanto de contexto intra-matemático como extra-matemático, de las cuales se muestra un listado en la Tabla 6. De manera general se identifican prácticas matemáticas relacionadas con modelación algebraica, principalmente de SEL 2×2 y SEL 3×3 , ubicadas en problemas sobre circuitos eléctricos, distribución de calor, entre otros. También se recurre a un abordaje gráfico para identificar cuál es el tipo de solución del SEL y clasificarlos. Para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales utilizando diferentes métodos algebraicos, se emplea inicialmente como procedimiento de solución el método de eliminación, para continuar posteriormente aquellos que incorporan ael uso de matrices (eliminación gaussiana, método de Gauss-Jordan, método de la inversa y la regla de Cramer para Álgebra Lineal).

Tabla 6. *Contextos de los problemas identificados en el libro de texto*

Contextos	Tipo de problema
Intra-matemáticos	Ejercicios sobre SEL Interpolación Polinomial
Extra-matemáticos	Distribución de Temperatura en una placa Circuitos Eléctricos Planeación de la producción Cadenas de Markov Modelos económicos lineales

Notas. Elaboración a partir de Kolman y Hill, (2006).

En términos generales, la propuesta curricular, así como los documentos que se revisan muestran una coherencia en cuestiones de organización curricular y el enfoque por competencias declarado institucionalmente. Sin embargo, a partir del análisis de la información sobre los objetivos que se buscan y los contenidos que se promueven, se puede apreciar una desconexión en las cuestiones relacionadas con el quehacer profesional de la ingeniería y al fomento de actividades interdisciplinarias y transdisciplinarias. Acorde con lo anterior, en diversas investigaciones (Álvarez-Macea y Costa, 2019; Arana-Pedraza et al., 2020; Brito-Vallina et al., 2011) al realizar un análisis sobre el currículo y la práctica docente en los cursos de AL a nivel universitario, se ha documentado que carecen de una componente de modelización, es decir, se limitan a la parte procedimental y abstracta de los contenidos.

Con respecto al libro sugerido en la bibliografía del curso, el análisis permite reconocer una correspondencia con lo reportado por Pozas et al. (2023) sobre los libros que se utilizan

para la enseñanza del Álgebra Lineal a futuros ingenieros en Argentina, donde se declara que a pesar de que en dichos libros se resalta la importancia del AL a través de su aplicabilidad en áreas como la Ingeniería, Física, Biología, Economía, Estadística, entre otras ciencias, éstas se muestran en secciones separadas. En este sentido, la inclusión o integración de dicho material con el contenido teórico queda a consideración de los responsables del curso.

Dado lo que se plantea anteriormente, se advierte la oportunidad de la inclusión de materiales y propuestas didácticas diseñadas a partir de las investigaciones en el campo de la Matemática Educativa. Específicamente para la enseñanza de los SEL en los cursos de AL para futuros ingenieros, se vislumbran elementos como la inclusión de estrategias centradas en contextos relativos a su ejercicio profesional, el desarrollo de tareas relacionadas con la modelización y la incorporación de la tecnología digital en el aula de clase.

Todos estos elementos curriculares que se describen y analizan, así como las áreas de oportunidad que se destacan, deberán tener un impacto relacionado con los profesores responsables de dichos cursos. En la siguiente sección se aborda con mayor detalle como esto está relacionado con la formación y el desarrollo de los docentes.

4.3. Sobre la situación institucional del DPD en matemáticas

A nivel institucional, en ITSON se cuenta con un Sistema Integral de Evaluación Docente (SIED) el cual considera instrumentos que permiten recoger la opinión de los estudiantes sobre la práctica docente en los diferentes cursos ofertados (teoría, laboratorio, semipresenciales, práctica profesional y posgrado); adicionalmente, se proporciona un instrumento que permite la autoevaluación de la práctica docente. Estos elementos, de acuerdo con lo que menciona CACEI, deberán aportar directrices para las acciones que la institución promueve sobre la formación docente.

De igual manera se puede identificar que, en el área que institucionalmente es la responsable, se promueven algunas acciones referentes al DPD considerando entre ellas:

- Programa de desarrollo en competencias profesionales (de acuerdo con el diagnóstico en competencias).
- Programas de preparación para la certificación en competencias profesionales.
- Programa de capacitación en competencias básicas docentes.
- Cursos para maestros de nuevo ingreso.
- Cursos de acuerdo con oportunidades de mejora en el desempeño docente.
- Cursos para maestros de nuevo ingreso: habilidades básicas docentes.
- Cursos opcionales de acuerdo con solicitud del departamento académico

Con esta información, y con el listado de cursos que ofertan, se visualiza que las acciones de desarrollo profesional que se promueven son con énfasis en un desarrollo general de competencias docentes y profesionales, en los que destacan elementos como estrategias didácticas, atención a la diversidad en el aula de clases, introducción al modelo por

competencias, diseño de elementos curriculares como programas de curso y planes de clase, habilidades tecnológicas para la interacción a distancia, entre otros.

Como parte de las acciones del Departamento de Matemáticas, área de apoyo encargada de gestionar los cursos de matemáticas ofrecidos para los diferentes PE, se han realizado acciones orientadas al desarrollo de las competencias docentes de sus profesores. Entre las estrategias implementadas destacan la creación de espacios para la reflexión sobre la práctica docente desde la ME (seminarios, conferencias, cursos, etc.) así como la impartición de talleres sobre herramientas de apoyo a la docencia en cursos de matemáticas como el uso de tecnología digital (aplicaciones de Moodle, uso de GeoGebra, uso software de cálculo simbólico, etc.) orientados de manera general a la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

Para conocer más a detalle la situación actual en la institución, se realizó la observación de las prácticas áulicas de tres profesores cuando atendían el estudio de los SEL en un curso de AL. Si bien las prácticas docentes descritas no pretenden representar a toda la planta de profesores de la institución, brindan una visión sobre qué características guarda el estudio de dicho contenido matemático.

De manera general, los profesores mantienen prácticas muy similares al momento de impartir sus clases. Durante las sesiones se abordan tareas relacionadas con la resolución de SEL utilizando los métodos algebraicos iniciando por aquellos estudiados de manera previa (p.e. sustitución, reducción o igualación) y posteriormente relacionados con el uso de las matrices (p.e. eliminación gaussiana, método de Gauss-Jordan, método de la inversa y la regla de Cramer). Además, se fomentan tareas orientadas a identificar los tipos de sistemas de ecuaciones lineales con base en el tipo de soluciones que se obtienen.

Con respecto a las características de los problemas que se proponen, en su mayoría se refieren a ejercicios de contexto intra-matemático, donde se plantean directamente las ecuaciones de un sistema de m ecuaciones con n incógnitas, abordándose tanto sistemas cuadrados, no cuadrados, así como con diferentes tipos de solución. En cuanto a los problemas extra-matemáticos se abordan en contextos ficticios o muy idealizados y en los que, la mayoría de las veces, se proporciona al estudiante el modelo matemático del SEL que representa la situación.

Durante el trabajo en el aula, dos profesores privilegiaron el uso del lenguaje algebraico y no incorporaron durante sus sesiones de clase elementos relacionados con el uso de la tecnología digital como medio para resolver los problemas. Al respecto del tercer profesor, fomentó una perspectiva complementaria entre los registros de representación gráficos y algebraicos para el estudio de los SEL, además, propició el uso de GeoGebra solo como herramienta graficadora, es decir, no la utilizó como medio para la experimentación, conjeturación o validación de las respuestas de las tareas que se proponen.

4.4. Justificación

Tomando en cuenta las características de las acciones de DPD que se declaran institucionalmente, así como las prácticas docentes que se observaron en el salón de clase, se percibe un área de oportunidad para el impulso de acciones orientadas hacia favorecer el desarrollo de competencias didáctico-matemáticas de la planta de profesores, así como el uso de herramientas, relacionadas con áreas de conocimiento específicas y sobre temáticas de interés concretas. Lo anterior en concordancia con lo que reportan Torres-Corrales e Hinojos-Ramos (2023) al mencionar que, aunque en los reportes de la literatura en ME para la formación de ingenieros se toma en consideración al profesor como población estudiada, su incorporación en los estudios se enfoca en el impacto en la comprensión de los estudiantes y no necesariamente para la atención en su formación profesional. Además, considerando los perfiles de los profesores de matemáticas en la formación de ingenieros, generalmente ocupados por profesionistas como matemáticos o ingenieros, se puede contribuir a su desarrollo profesional desde la ME.

Con respecto al estudio de los SEL, se le ha señalado como uno de los temas matemáticos presentes en el currículo de educación básica hasta en la educación superior en diferentes países alrededor del mundo. Específicamente en la educación universitaria, y más aún en los programas de formación de ingenieros, la comprensión de los SEL resulta de gran importancia debido a las diferentes aplicaciones en que se les utiliza como modelos para la resolución de problemas en el campo de la ingeniería y las ciencias económicas y sociales.

Con base en los avances que se reportan como punto de partida para el presente documento, en conjunto con las ideas expuestas con respecto a la problemática relacionada con el DPD y la importancia del AL en los programas educativos de ingeniería, se consideran pertinentes las acciones de desarrollo profesional docente para profesores en servicio en los programas de ingeniería que oferta ITSON, enfocadas en el desarrollo de competencias didáctico-matemáticas relacionadas con tareas matemáticas para el estudio de los SEL en el curso de AL, que contemplan:

- i. Fomentar estrategias didácticas relacionadas con la resolución de problemas y la modelización matemática,
- ii. Utilizar contextos cercanos al ejercicio profesional de algunos campos de la ingeniería,
- iii. Desarrollar en los estudiantes nociones sobre las competencias de modelización, y
- iv. El uso de la tecnología digital para la reflexión, validación e interpretación de situaciones en contextos apropiados para la ingeniería durante el proceso de modelización matemática.

4.5. Objetivos del proyecto

Para atender lo que se plantea, se propone un proyecto de intervención que deberá enmarcarse en los objetivos que se mencionan a continuación.

4.5.1. Objetivo General

En términos de lo que se planteó anteriormente se propone el siguiente Objetivo General (OG) del proyecto:

Diseñar un taller para el desarrollo profesional docente que promueva competencias para la resolución de tareas sobre los Sistemas de Ecuaciones Lineales en profesores de matemáticas en servicio de programas educativos de ingeniería.

4.5.2. Objetivos Específicos

Con la intención de concretar lo que se declara como OG, se visualizan tres objetivos específicos (OE) pertinentes para organizar las fases y tareas que permitan el desarrollo del proyecto.

- I. Diseñar un taller orientado al desarrollo de competencias didáctico-matemáticas de los profesores en actividades basadas en un ciclo de modelización matemática sobre resolución de problemas de Sistema de Ecuaciones Lineales en el contexto de la ingeniería.
- II. Implementar el taller promoviendo la participación de los profesores en el desarrollo de las tareas que se proponen para la recolección de la información a través de la observación y los instrumentos que se diseñen.
- III. Valorar el taller mediante el análisis de la información recolectada y los resultados de los participantes con el uso de los criterios establecidos a fin de identificar áreas de oportunidad para el rediseño.

Para la concreción del proyecto es necesario el establecimiento de las nociones teóricas que le darán sustento. Además, los objetivos planteados, tanto general como específicos, deberán disgregarse en fases y acciones metodológicas que permitan llevar a buen término el proyecto que se propone. En las siguientes secciones se presentan los referentes teóricos que se articulan, así como las consideraciones metodológicas para el presente proyecto.

5 CONSIDERACIONES TEÓRICAS

Para del proyecto de intervención se toman como fundamentos teóricos elementos relacionadas con el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), como el modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) del profesor y los Criterios de Idoneidad Didáctica (CID), así como el ciclo para la modelización matemática desde una perspectiva cognitiva. A continuación, se describen cada uno de los elementos seleccionados a la par del papel que juegan en el proyecto.

5.1. Modelo de Conocimiento y Competencias Didáctico-Matemáticas

Con el fin de brindar una mayor estructuración sobre los conocimientos del profesor, en diversas investigaciones se desarrolla un modelo que brinda niveles de análisis a partir de las herramientas teórico-metodológicas desarrolladas en el EOS (Godino, *et al.*, 2007). En el desarrollo de dicho modelo se pueden distinguir diferentes etapas, que se muestran de manera sucinta para conocer cómo se ha dado el desarrollo del modelo.

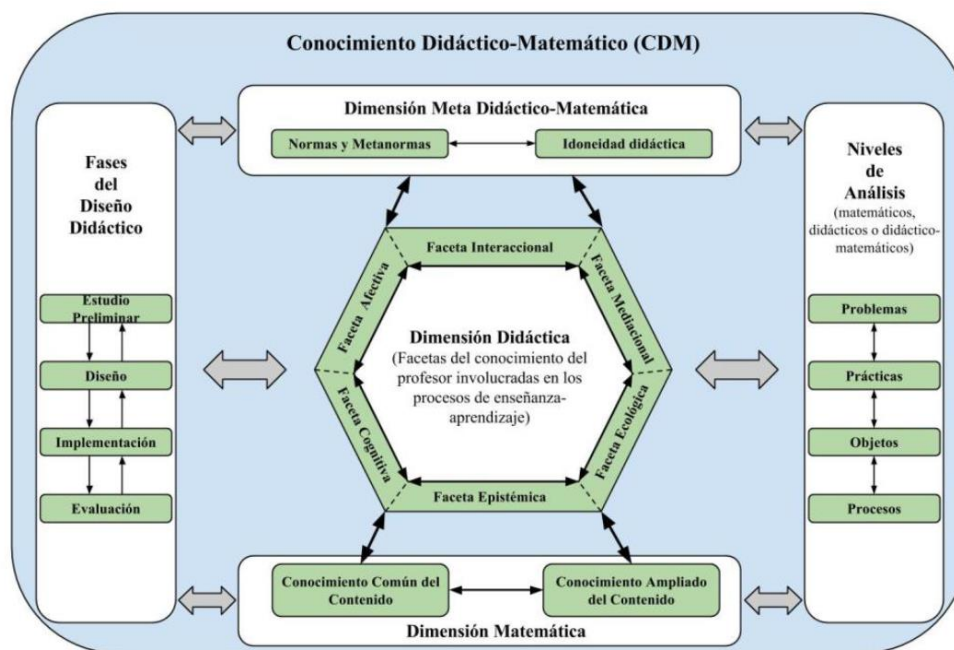
Inicialmente, en Godino (2009) se propone el Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM), entendiendo el CDM como aquel “complejo de conocimientos, competencias, disposiciones, etc., que un profesor de matemáticas (o de otras áreas) pone en juego para favorecer el aprendizaje de sus estudiantes” (Godino, 2009, pp. 14-15). En esta primera etapa, se realiza una organización del CDM que consta de seis facetas: (a) epistémica, (b) cognitiva, (c) afectiva, (d) mediacional, (e) interaccional, y (f) ecológica; dichas facetas emergen de las propuestas por el EOS para el análisis didáctico. Además, se proponen cuatro niveles de análisis: (a) prácticas matemáticas y didácticas, (b) configuraciones de objetos y procesos matemáticos y didácticos, (c) normas y metanormas, e (d) idoneidad. Estas facetas y niveles de análisis constituyen un sistema de caracterización para el conocimiento del profesor.

Posteriormente, se realizó una reorganización de las categorías y subcategorías consideradas en el modelo CDM (ver Figura 2), como se reporta en Pino-Fan y Godino (2015). A partir de esta reorganización, se caracteriza el CDM en tres grandes dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática. La dimensión matemática se divide en dos subcategorías: el conocimiento común del contenido y el conocimiento ampliado del contenido. En cuanto a la dimensión didáctica, se retoman las seis facetas propuestas inicialmente en el modelo de 2009. Con respecto a la dimensión meta didáctico-matemática, se consideran dos herramientas que permiten al profesor reflexionar sobre su práctica: los criterios de idoneidad didáctica y las normas y metanormas. Adicionalmente, se conciben cuatro niveles para el análisis de las seis facetas que están involucradas en cada una de las fases de los procesos de estudio: (a) problemas, (b) prácticas, (c) objetos, y (d) procesos; siendo dichos niveles de naturaleza matemática, didáctica o didáctico-matemática.

En una tercera etapa, se realiza una ampliación del Modelo CDM al incorporar la noción de competencia, articulando el Modelo de Conocimiento y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) (e.g. Breda *et al.*, 2017; Godino *et al.*, 2016; Godino *et al.*, 2017; Godino *et al.*, 2018). Cuando se hace referencia a la noción de competencia, existen diferentes acepciones, e incluso ciertas ambigüedades sobre su definición, por lo que en el modelo CCDM se utiliza como indicador de competencia “una acción eficaz realizada en un determinado contexto con una determinada finalidad” (Font, 2011, p. 18). En esta ampliación, se consideran dos competencias clave del profesor de matemáticas, que son la

competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica. A su vez, la segunda se compone por cinco subcompetencias: (a) competencia de análisis de significados globales, (b) competencia de análisis ontosemiótico de las prácticas, (c) competencia de gestión de configuraciones y trayectorias didácticas, (e) competencia de análisis normativa, y (d) competencia de análisis de la idoneidad didáctica.

Figura 2. Dimensiones y componentes del Modelo CDM.



Nota. Adaptado de Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor por L.R. Pino-Fan, y J. D Godino, 2015, Paradigma, 87–109.

Más recientemente, en Pino-Fan y colaboradores (2023) se propone un refinamiento en la estructuración del modelo CCDM, al considerar que ambas competencias clave del profesor se integren por diferentes subcompetencias. La competencia matemática se describe a partir de tres subcompetencias: (a) competencia de resolución de tareas, (b) la competencia para el planteamiento de problemas, y (c) competencia de análisis de las prácticas para resolver problemas. Mientras que la competencia de análisis e intervención didáctica se compone por cuatro subcompetencias: (a) competencia de análisis de la actividad matemática, (c) competencia de análisis y gestión de las interacciones, (e) competencia de uso y manejo de los recursos, y (d) competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica.

La articulación dentro del EOS de las competencias y los conocimientos didácticos matemáticos se da de manera natural, debido a que se concibe a las prácticas matemáticas y didácticas como “acciones del sujeto orientadas hacia el fin de resolver un problema o realizar una tarea (no son meras conductas o comportamientos)” (Godino et al., 2016, p. 295); donde las prácticas discursivas indican la posesión de un conocimiento y las prácticas operatorias indican la posesión de una competencia.

En este proyecto el énfasis se pone en tres elementos del modelo de CCDM del profesor en los que se incluye al conocimiento común y el conocimiento ampliado del contenido, el

conocimiento especializado de la dimensión matemática, así como en la subcompetencia de resolución de tareas en la competencia matemática. A continuación, se describen de manera detallada cada uno de ellos.

5.1.1. Conocimientos didáctico-matemáticos

Con respecto a los conocimientos didácticos-matemáticos de los profesores, en la dimensión matemática se encuentra el conocimiento común del contenido y el conocimiento ampliado del contenido; mientras que en la dimensión didáctica se organiza el conocimiento organizado de cada una de las facetas (epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica) ubicando al conocimiento especializado de la dimensión matemática dentro de la faceta epistémica.

El conocimiento común del contenido se entiende, desde el modelo CCDM, como el conocimiento sobre un objeto matemático en concreto que se considere suficiente para la resolución de las tareas o problemas que se promueven desde el currículo y los libros de texto para el nivel educativo en el que enseñan. El conocimiento ampliado del contenido se referiría al conocimiento del profesor sobre aquellas nociones que se encuentran más adelante en el currículo con referencia al objeto que se estudia en ese momento. Por su parte, el conocimiento especializado ubicado en la faceta epistémica de la dimensión didáctica se refiere al conocimiento matemático para la enseñanza. En otras palabras, además del conocimiento matemático común y ampliado que le permita resolver problemas, el profesor deberá poder movilizar diferentes representaciones de un objeto matemático, utilizar diferentes procedimientos para resolver una tarea, movilizar una riqueza de significados sobre el objeto matemático, así como proveer argumentaciones y justificaciones durante la resolución de tareas matemáticas (Pino-Fan y Godino, 2015).

En el caso del presente proyecto, el conocimiento común del contenido se referiría al conocimiento sobre los SEL que los profesores compartirían con los estudiantes al resolver las tareas propuestas en el curso de AL para los futuros ingenieros. Mientras que el conocimiento ampliado y el conocimiento especializado permitirían al profesor proponer nuevas tareas y retos a los estudiantes para la resolución de problemas promoviendo la emergencia de diferentes significados de los SEL e integrando estrategias como la MM en sus propuestas didácticas para el aula.

5.1.2. Competencias didáctico-matemáticas

Como se mencionó anteriormente, el modelo de CCDM se compone por dos competencias principales: la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica; cada una de ellas articulada en subcompetencias que la conforman. Como parte de la competencia matemática se considera la primera subcompetencia denominada *resolución de tareas*.

Esta subcompetencia gira en torno a la resolución de tarea y ubica al profesor como el proveedor de problemas matemáticos que se encuentran asociados a las técnicas de solución que se consideren de acuerdo con los conocimientos previos de los estudiantes, las orientaciones curriculares, la riqueza de objetos matemáticos, entre otros aspectos. Se visualiza, además, al profesor como resolutor de problemas o tareas matemáticos asociados a una noción específica, se basa en las nociones de conocimiento común, conocimiento ampliado y conocimiento sobre la faceta epistémica (conocimiento especializado) y se categoriza a partir de cuatro niveles, descritos en la Tabla 7.

Tabla 7. Niveles de logro de la subcompetencia de resolución de tareas

Nivel	Descripción
L0	El profesor reproduce tanto la formulación de tareas matemáticas como sus procedimientos, sin considerar: <ul style="list-style-type: none">• Las relaciones entre objetos matemáticos• Los procesos• El conocimiento ampliado• Las representaciones del objeto matemático• La variedad de procedimientos que resuelven la tarea matemática. Utiliza los libros de texto o los programas del grado que enseña para establecer las tareas matemáticas y sus soluciones, las cuales serán abordadas durante el proceso de instrucción.
L1	El profesor resuelve problemas en el nivel educativo que enseña, identifica los cambios en las variables de los problemas, pero generalmente estos están vinculados a <i>tipos de problemas</i> , lo que conlleva la implementación de un tipo de procedimiento o la generación de justificaciones o argumentos similares al resolver tareas o problemas matemáticos.
L2	El profesor resuelve problemas correspondientes al nivel educativo y a las asignaturas que imparte utilizando diferentes representaciones del objeto matemático. En ocasiones, también emplea diversos procedimientos y elabora otros argumentos. Por ejemplo, puede resolver problemas en los que es necesario emplear varios significados de la noción estudiada, pero no distingue entre las relaciones que pueden establecerse entre los distintos significados de dicha noción. Asimismo, puede vincular el objeto matemático estudiado con otros objetos matemáticos del grado que enseña (o anteriores), pero no logra asociarlo con objetos matemáticos de etapas posteriores ni requiere su conocimiento previo.
L3	El profesor resuelve problemas correspondientes al grado educativo en que enseña y al siguiente (asociados con la noción matemática estudiada en ese momento). Puede resolver tareas matemáticas empleando diversos procedimientos y representaciones del objeto matemático. Asimismo, propone múltiples justificaciones o argumentos al resolver tareas matemáticas y puede movilizar más de un significado de la noción estudiada, relacionando y articulando dichos significados entre sí.

Nota. Traducido de *A Macro Tool to Characterize and Develop Key Competencies for the Mathematics Teacher' Practice* de L.R. Pino-Fan, W. F. Castro, y V. Font Moll, 2023, *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1407-1432.

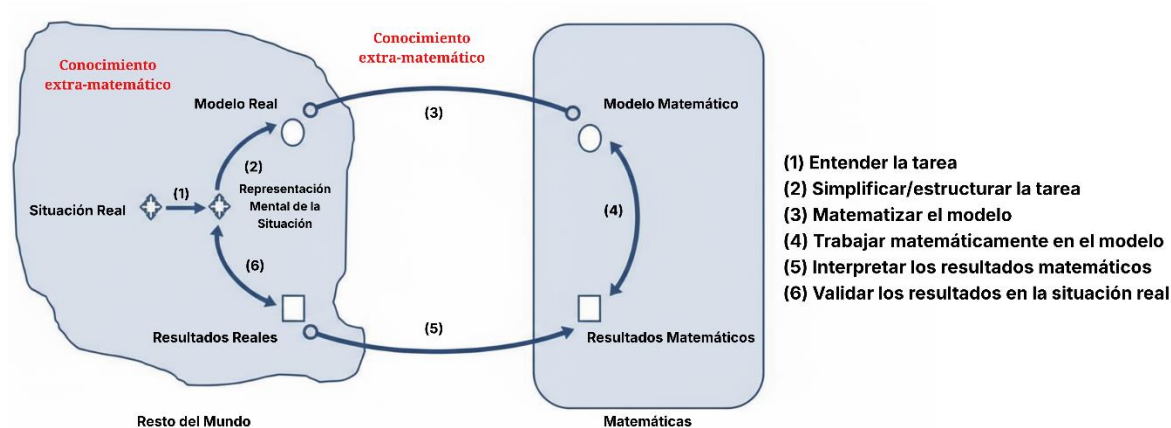
Estos elementos que han sido seleccionados del modelo CCDM, tanto los conocimientos como la competencia, permiten definir los objetivos y propósitos sobre los que se pretende incidir con el diseño del taller en la propuesta de DPD que se presenta en el proyecto de intervención. Para su logro es necesario el diseño de actividades orientadas al desarrollo de estos elementos, las cuales se trabajan desde un enfoque de modelización descrito en el siguiente apartado.

5.2. Ciclo de modelización matemática desde una perspectiva cognitiva

La modelización matemática se considera como un proceso en el que se traduce un problema de un contexto real, hacia el contexto de las matemáticas de tal manera que pueda ser resuelto y posteriormente regresado hacia la realidad. En la literatura se han propuesto diferentes ciclos que permiten caracterizar este proceso; para este proceso de intervención se ha considerado utilizar el ciclo para la modelización matemática desde una perspectiva cognitiva propuesto por Borromeo Ferri (2018).

Este ciclo conformado por seis procesos cognitivos (ver Figura 3) se inicia con un problema de la realidad sobre el cual el individuo genera una representación mental de la situación a partir del entendimiento de la tarea. Posteriormente, al realizar una simplificación y estructuración de la tarea, permite la creación de un modelo real de la situación. Después, se crea un modelo matemático del modelo real, sobre el cual se trabaja matemáticamente y se obtienen resultados matemáticos. Con base en la interpretación de los resultados matemáticos, se obtienen resultados reales que deberán ser validados a través de la comparación de dichos resultados reales y la representación mental de la situación.

Figura 3. Ciclo de modelización desde una perspectiva cognitiva.



Nota. Adaptado de *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education* de R. Borromeo Ferri, 2018, Springer International Publishing.

La inclusión del ciclo de modelización desempeña una doble función en este proyecto, la primera como una directriz que permita organizar y diseñar las actividades para nuestra propuesta de DPD, mientras que en una segunda instancia que permita particularizar los niveles de logro asociados a la competencia matemática de resolución de tareas propuesta en el modelo CCDM.

Para esta segunda función, se retoma la integración de los procesos cognitivos del Ciclo presentado por Borromeo Ferri (2018) con las competencias de modelización que presenta Maaß (2006) realizada en el trabajo de Ramírez-Montes y colaboradores (2021) que se presenta en la Tabla 8. A partir de lo que presentan los autores, es posible delimitar el tipo de prácticas o tareas que los profesores deberán poder desarrollar en cada uno de los procesos cognitivos del ciclo, por ende, formarán parte de sus conocimientos y competencias didáctico-matemáticas.

Tabla 8. Articulación de las competencias de modelización con los procesos cognitivos del ciclo de modelización.

Competencia de modelización	Competencia para...	Procesos cognitivos
Comprender el problema real y elaborar un modelo basado en la realidad	Hacer suposiciones sobre el problema y simplificar la situación; reconocer las cantidades que influyen en la situación, identificar variables clave; construir relaciones entre las variables; buscar	(1) Comprender la tarea (2) Simplificar / Estructurar la tarea

Establecer un modelo matemático a partir del modelo real	información disponible y diferenciar entre información relevante e irrelevante Matematizar las cantidades relevantes y sus relaciones: simplificar cantidades relevantes y sus relaciones si es necesario y reducir su número y complejidad; elegir notaciones matemáticas apropiadas y representar gráficamente situaciones	(3) Matematizar el modelo
Resolver preguntas matemáticas dentro de este modelo matemático	Utilizar estrategias heurísticas como dividir el problema en subproblemas, establecer relaciones con problemas similares o análogos, reformular el problema, visualizarlo de forma diferente, variar las cantidades o los datos disponibles, etc.; emplear conocimientos matemáticos para resolver el problema	(4) Trabajar matemáticamente sobre el modelo
Interpretar resultados matemáticos en una situación real	Interpretar resultados matemáticos en contextos extramatemáticos; generalizar soluciones desarrolladas para una situación particular; comunicar soluciones usando lenguaje matemático apropiado y/o dialogar sobre ellas	(5) Interpretar resultados matemáticos
Validar la solución	Revisar críticamente y reflexionar sobre las soluciones encontradas; revisar partes del modelo o repetir el proceso de modelización si las soluciones no se ajustan a la situación; considerar otras formas de resolver el problema o desarrollar soluciones alternativas; cuestionar el modelo en general	(6) Validar los resultados en la situación real

Notas. Traducida de Undergraduate Students' Learning of Linear Algebra Through Mathematical Modelling Routes de G. Ramírez-Montes, A. Henriques, y S. Carreira, 2021, *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 357-377.

5.3. Criterios de Idoneidad Didáctica

Además del Ciclo de Modelización como herramienta para organizar y diseñar la propuesta de DPD, se considera una de las herramientas teórico-metodológicas propuestas desde el EOS, los *Criterios de Idoneidad Didáctica* (Godino, 2013; 2024). Estos criterios son considerados como principios orientadores que guían el diseño de las tareas presentadas a los profesores para el desarrollo del Ciclo de Modelización y, posteriormente, permitirían la valoración de la propuesta con los datos recolectados durante la implementación. Los CID se articulan a través de seis componentes, asociadas a cada una de las facetas de la actividad didáctica, descritas a continuación:

- Idoneidad epistémica. Se refiere al nivel en que los significados institucionales aplicados (o deseados) representan fielmente un significado de referencia establecido
- Idoneidad cognitiva. Indica el grado en que los significados pretendidos o implementados se encuentran dentro de la zona de desarrollo potencial de los estudiantes. También indica que tan próximos se encuentran los significados

personales alcanzados por los alumnos y los significados pretendidos o implementados.

- Idoneidad interaccional. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales y, por otra parte, resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.
- Idoneidad mediacional. Está orientada hacia el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Idoneidad emocional. Grado de implicación (interés, motivación, entre otros) del alumnado en el proceso de estudio.
- Idoneidad ecológica. Grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

Para operativizar lo anteriormente descrito, la noción de práctica matemática que Godino *et. al.* (2007) definen como *toda actuación o expresión realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos* resulta crucial. En este sentido, el interés radica mayormente en indagar el sistema de prácticas operativas y discursivas, asociadas al conocimiento y la competencia del profesor, puestas de manifiesto al abordar las situaciones problemáticas presentadas como parte de las actividades de la propuesta de DPD.

6 CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS

Para el desarrollo del proyecto de intervención y la concreción de los objetivos planteados, se han establecido cuatro fases articuladas a partir de un conjunto de acciones que, a su vez, se desagregan en tareas. Estas se describen en las secciones que se muestran a continuación.

6.1. Fase 1: Acciones preliminares

En esta primera fase se consideran todos los estudios de carácter preliminar que han permitido la estructuración y definición de las características que conforman el proyecto de intervención. En la Tabla 9 se presentan las acciones y tareas que conforman esta fase, las cuales incluyen la revisión de la literatura y el análisis documental. De este modo, se establecen los fundamentos del proyecto de intervención, que comprenden los antecedentes, el estado del arte, la definición de la problemática, el planteamiento de los objetivos y las consideraciones teóricas y metodológicas. Esta fase está asociada al establecimiento del OG del proyecto de intervención, así como su disgregación en OE que son abordados en las siguientes tres fases metodológicas.

Tabla 9. Acciones y tareas metodológicas de la Fase 1.

Objetivo	Fase	Acciones	Tareas
OG. Diseñar un taller para el desarrollo profesional docente que promueva competencias para la resolución de tareas y el planteamiento de problemas sobre los Sistemas de Ecuaciones Lineales en profesores de matemáticas en servicio de programas educativos de ingeniería.	Fase 1	A1. Estructurar un estado del arte sobre el problema de interés a partir de la identificación de los reportes de la literatura en la disciplina.	T1.1. Definición de categorías que permitan articular una revisión sistemática de la literatura. T1.2. Definición de criterios de inclusión y exclusión para los reportes T1.3. Realización una búsqueda orgánica con estos criterios en motores de búsqueda para la determinación de posibles revistas T1.4. Determinación de un listado de revistas para revisar de acuerdo con los criterios establecidos
		A2. Analizar documentos curriculares (planes y programas, libros de texto, planeaciones, entre otros) que permita conocer qué elementos existen con referencia a las prácticas docentes.	T2.1. Análisis de las consideraciones del Modelo Educativo de la institución de interés que impactan en las practicas docentes T2.2. Análisis del programa del curso de la asignatura de AL. T2.3. Análisis del tipo del enfoque para la enseñanza y

		el tipo tareas que promueven desde el libro de texto.
A3. Delimitar una problemática a partir de los elementos recopilados en la revisión de la literatura, el análisis documental y el análisis de la situación de la institución de interés.		T3.1. Análisis de las cuestiones curriculares particulares para la enseñanza de los SEL en la formación de ingenieros. T3.2. Análisis de las prácticas áulicas de los docentes en la institución de interés cuando se estudian los SEL.
A4. Establecer los objetivos del proyecto de intervención que permitan atender la problemática identificada		T4.1. Definición de un objetivo general que oriente el proyecto de intervención. T4.2. Definición de objetivos específicos que permitan concretar el objetivo general propuesto.
A5. Establecer las consideraciones teóricas y metodológicas que dan sustento al proyecto de intervención.		T5.1. Selección de un enfoque teórico que brinde soporte al proyecto de intervención. T5.2. Delimitación de las herramientas teórico-metodológicas que permitan el desarrollo del proyecto de intervención. T5.3. Construcción de un marco metodológico que permita el desarrollo del proyecto de intervención.

Nota. Elaboración propia.

6.2. Fase 2: Diseño de la propuesta

En un segundo momento, se ha establecido una fase para el diseño en la que se desarrollen las actividades que potencialmente integren el taller, así como los instrumentos necesarios para la recolección de información durante la intervención, basados en los elementos para el diseño establecidos en la sección de consideraciones teóricas. Las acciones y tareas que han sido consideradas para esta fase se visualizan en la Tabla 10, y están relacionados con la concreción del primer OE asociado al OG del proyecto.

Tabla 10. Acciones y tareas metodológicas de la Fase 2.

Objetivo	Fase	Acciones	Tareas
OE1. Diseñar un taller para el desarrollo profesional docente que	Fase 2	A6. Caracterizar el significado institucional de referencia sobre los Sistemas de Ecuaciones Lineales.	T6.1. Análisis ontosemiótico de documentos curriculares (programa de

promueva competencias para la resolución de tareas y el planteamiento de problemas sobre los Sistemas de Ecuaciones Lineales en profesores de matemáticas en servicio de programas educativos de ingeniería.

curso, libro de texto, entre otros).

T6.2. Identificación de las prácticas matemáticas sobre los SEL que se promueven.

T6.3. Determinación de significado de referencia para los SEL en la institución de interés.

A7. Identificar los tipos de problemas y las estrategias de resolución sobre los SEL que forman parte del diseño de las actividades.

T6.4. Determinación de los tipos de problemas adecuados y sus características para la propuesta de DPD.

T6.5. Determinación de las estrategias de solución plausibles para cada uno de los tipos de problemas propuestos.

A8. Estructurar actividades potenciales para la intervención didáctica basadas en el ciclo de modelización.

T7.1. Establecimiento de un método para el diseño de las actividades basado en un ciclo de modelización.

T7.2. Definición de los propósitos de las actividades diseñadas.

T7.3. Definición de las consignas y tareas para las actividades propuestas

A9. Diseñar los instrumentos de recogida de información a partir de los elementos teóricos considerados para la valoración de la propuesta de DPD.

T8.1. Definición de los criterios observables, de acuerdo con las cuestiones teóricas establecidas, durante el proceso de implementación.

T8.2. Construcción de los instrumentos de recogida de información de acuerdo con los elementos teóricos.

A10. Pilotear las actividades y los instrumentos diseñados con profesores universitarios para su valoración y pertinencia de acuerdo con las intenciones del proyecto.

T9.1. Integración de un grupo de profesores para el pilotaje de las actividades.

T9.2. Implementación de las actividades seleccionadas con el grupo de profesores.

T9.3. Recolección de información durante el pilotaje por medio de los instrumentos diseñados.

T9.4. Análisis de la información recolectada para

	valorar la pertinencia de las actividades propuestas.
A11. Diseñar la propuesta de DPD con las actividades seleccionadas a partir del pilotaje de estas y su valoración.	T10.1. Determinación de los objetivos de la propuesta. T10.2. Rediseño de las actividades propuestas a partir de los resultados del pilotaje. T10.3. Rediseño de los instrumentos de recolección de información

Nota. Elaboración propia.

6.3. Fase 3: Puesta en escena

Como tercera fase se consideran aquellas acciones asociadas al proceso de implementación de la propuesta. Se encuentra integrada por acciones referentes al diseño de un protocolo para la implementación; así como la puesta en escena en la institución de interés, con profesores en activo, de acuerdo con el protocolo generado para tal efecto.

En esta misma fase, se realizará la recogida de información para su posterior análisis. Las acciones y tareas de la fase 3 están orientadas hacia el cumplimiento del segundo OE del proyecto, como se muestra en la Tabla 11.

Tabla 11. Acciones y tareas metodológicas de la Fase 3.

Objetivo	Fase	Acciones	Tareas
OE2. Implementar el taller promoviendo la participación de los profesores en el desarrollo de las tareas que se proponen para la recolección de la información a través de la observación y los instrumentos que se diseñen.	Fase 3	A12. Diseñar un protocolo de intervención didáctica que incluya las características para la implementación de la propuesta de DPD.	T11.1. Definición de la población a la que se dirige la propuesta. T11.2. Definición de la modalidad, tiempo y lugar de la implementación. T11.3. Definición de las intencionalidades y estrategias para la implementación de la propuesta.
		A13. Implementar la propuesta con profesores en servicio, de acuerdo con lo establecido en el protocolo.	T12.1. Mediación de la puesta en escena de la propuesta de acuerdo con el protocolo establecido.
		A14. Recolectar la información a partir de los instrumentos diseñados para tal efecto.	T13.1. Observación de la intervención de acuerdo con el protocolo establecido. T13.2. Registro de la información necesaria de acuerdo con los instrumentos diseñados.

Nota. Elaboración propia.

6.4. Fase 4: Análisis de la información y valoración de la propuesta

Finalmente, en la cuarta fase se realizará el análisis de la información recolectada a través de los elementos teóricos establecidos y, con esa base, la determinación de posibles adecuaciones que se podrían realizar a la propuesta. Además, se valorará la efectividad de la propuesta de intervención al realizar un análisis retrospectivo. En la Tabla 12 se establecen las acciones y tareas de esta fase, relacionadas con atender el tercer OE del proyecto.

Tabla 12. Acciones y tareas metodológicas de la Fase 4.

Objetivo	Fase	Acciones	Tareas
OE3. Valorar el taller mediante el análisis de la información recolectada y los resultados de los participantes con el uso de los criterios establecidos a fin de identificar áreas de oportunidad para el rediseño.	Fase 4	A15. Analizar la información que se recolectó de la puesta en escena empleando los criterios de idoneidad didáctica.	T14.1. Determinación de las prácticas matemáticas realizadas por los profesores. T14.2. Valoración el nivel de logro sobre la subcompetencia de resolución de tareas en las prácticas de los profesores. T14.3. Valoración del nivel de idoneidad (baja, media o alta) de cada uno de los componentes de los CID.
		A16. Determinar las posibles adecuaciones de la propuesta de DPD.	T15.1. Identificación de dificultades y/o conflictos en la implementación de la propuesta.
		A17. Reformular la propuesta de DPD para futuras implementaciones.	T16.1. Determinación de los cambios necesarios para evitar los conflictos y dificultades identificados. T16.2. Rediseño de las actividades.
		A18. Realizar un análisis retrospectivo a partir de la información analizada sobre la efectividad de la intervención de acuerdo con los objetivos planteados.	T17.1. Análisis del cumplimiento de los objetivos planteados en términos de la valoración con los CID de la propuesta. T17.2. Definición de conclusiones y recomendaciones para el proyecto a partir del grado de cumplimiento de los objetivos.

Nota. Elaboración propia.

De manera análoga a lo que se comenta anteriormente sobre la ecuación lineal, para resolver un sistema, dados los valores de b_1, b_2, \dots, b_n y las a_{mn} constantes conocidas se desea encontrar los valores de las incógnitas x_1, x_2, \dots, x_n que satisfagan cada una de sus ecuaciones. Se consideraría una solución del sistema la sucesión de n números s_1, s_2, \dots, s_n con la propiedad de que satisfacen simultáneamente las ecuaciones que conforman el sistema cuando $x_1 = s_1, x_2 = s_2, \dots, x_n = s_n$ se sustituyen en él.

7.1.2. Solución de un sistema de ecuaciones lineales

Tomando en cuenta lo anterior es posible identificar diferentes casos posibles a partir de lo que se define como solución del sistema. Como se plantea inicialmente se considera implícitamente la existencia de una sucesión de números que satisfacen simultáneamente las ecuaciones del sistema, por consiguiente, la existencia de una única solución. Sin embargo, a la vez, al considerar lo anterior, también deberán asumirse la existencia de casos donde no existan valores que satisfagan las ecuaciones simultáneamente o, por el contrario, que existan múltiples conjuntos de valores que sean válidos; dando como resultado que al resolver un SEL puedan existir tres posibles casos:

- i. que exista una única solución,
- ii. que no exista una solución,
- iii. que existan infinitas soluciones.

Además de las ideas planteadas sobre las soluciones como sucesiones de números que satisfacen las ecuaciones del sistema, se puede asociar a representaciones gráficas para SEL de orden dos y tres generalmente cuadrados, es decir, sistemas con dos ecuaciones con dos incógnitas y sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas, asociados a las gráficas de líneas en el plano y de planos en el espacio, respectivamente.

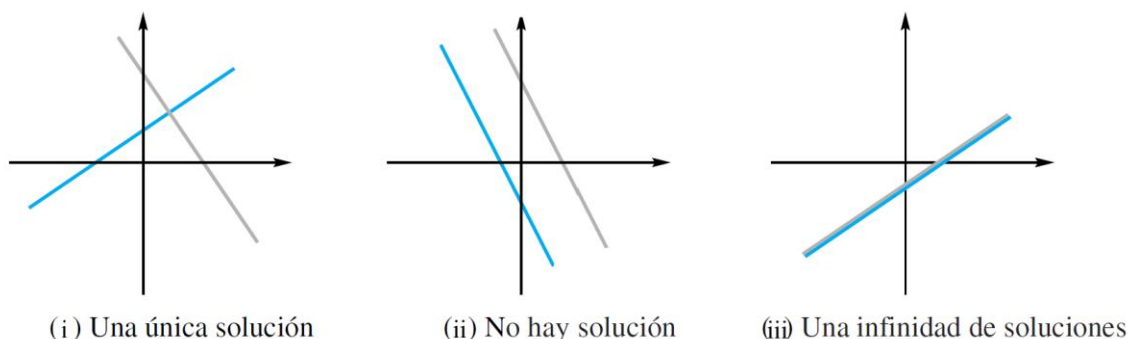
Considerando un sistema con dos ecuaciones y dos incógnitas,

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{array} \right\} S_{2 \times 2}$$

La gráfica cada una de las ecuaciones que conforman el sistema se representa por una línea recta en el plano y si como se planteó anteriormente $x_1 = s_1$ y $x_2 = s_2$ es solución del sistema entonces el punto (s_1, s_2) representa la solución del sistema en el plano y pertenece a ambas rectas. En este sentido, los tres casos para la solución de un sistema planteados anteriormente se pueden considerar desde la perspectiva gráfica (ver Figura 4):

- i. Existe un solo punto de intersección en las rectas,
- ii. No existe ningún punto de intersección de las rectas (paralelas),
- iii. Existen infinitos puntos de intersección de las rectas (ocupan el mismo lugar geométrico).

Figura 4. Representación gráfica de las soluciones de un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas.



Notas. Adaptado de Álgebra Lineal. Fundamentos y aplicaciones de B. Kolman y D.R. Hill, 2013, Pearson.

Ahora, al considerar un sistema con tres ecuaciones y tres incógnitas,

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= b_3 \end{aligned} \right\} S_{3 \times 3}$$

La representación gráfica de cada una de las ecuaciones que conforman el sistema se da por una línea recta o un plano en el espacio, y si como se planteó anteriormente $x_1 = s_1$, $x_2 = s_2$ y $x_3 = s_3$ es solución del sistema entonces el punto (s_1, s_2, s_3) representa la solución del sistema en el espacio. Los tres casos para la solución de un sistema planteados anteriormente se pueden representar mediante una gráfica tridimensional (ver Figura 5):

- i. Existe un solo punto de intersección entre los tres planos,
- ii. No existe ningún punto de intersección entre los tres planos,
- iii. Existen infinitos puntos de intersección entre los planos (recta en el espacio).

7.1.3. Marco de referencia matemático para el diseño de actividades

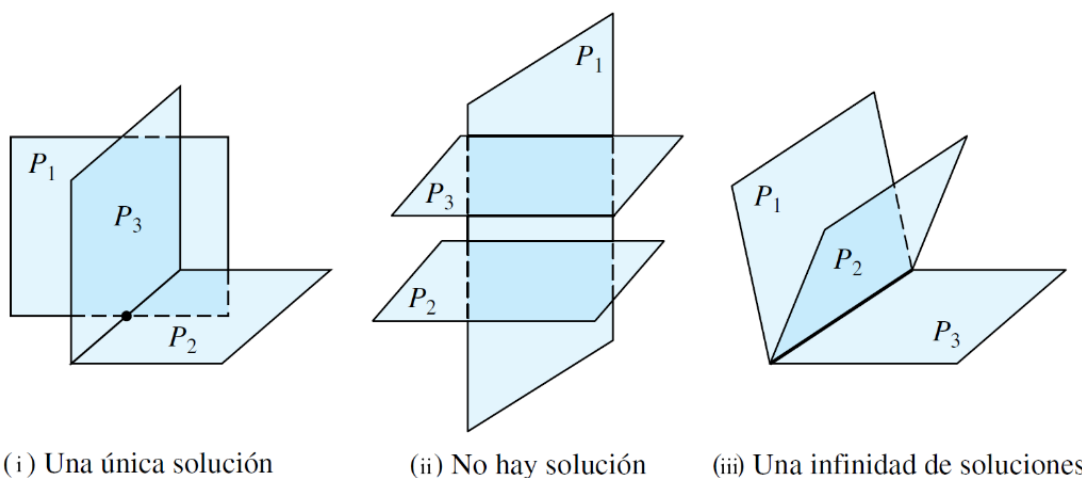
En consonancia con las ideas expuestas en las secciones anteriores y las nociones sobre el contenido matemático, la propuesta retomará actividades que muestren situaciones en las que se promueva la resolución de problemas sobre SEL con infinitas soluciones en contextos extramatemáticos bajo una estrategia de MM, tomando en cuenta las siguientes consideraciones:

- i. Se ha encontrado en la revisión de la literatura, reportada en las secciones anteriores, que en el contexto escolar generalmente se privilegia el estudio de los SEL cuadrados con solución única, al ser los que mayormente se incluyen en los problemas que se estudian y solucionan.

- ii. También se reporta que su abordaje desde un contexto intramatemático y con métodos de solución que se restringen al trabajo con registros algebraicos, dificultando la significación de la solución de un SEL.
- iii. Las situaciones que involucran infinitas soluciones se ajustan a la realidad de los problemas que se abordan en el desempeño profesional de los ingenieros, además, promueve los procesos de argumentación y validación del conjunto de soluciones para el SEL en términos del contexto planteado.

En el siguiente apartado se comentan las características que tomarán estas actividades que se plantean.

Figura 5. Representación gráfica de las soluciones de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas.



Notas. Adaptado de Álgebra Lineal. Fundamentos y aplicaciones de B. Kolman y D.R. Hill, 2013, Pearson.

7.2. Características generales del taller

La propuesta que se desarrolla se enfoca en el diseño de un taller dirigido a profesores en servicio del nivel superior, específicamente aquellos encargados de la formación matemática de los estudiantes que cursan programas de formación de ingenieros. Más específicamente, aquellos profesores encargados de impartir la asignatura de AL cuando se estudian los SEL.

El objetivo general del taller es *promover el desarrollo de la competencia de resolución de tareas sobre SEL desde un abordaje basado en el ciclo de modelización*. Los objetivos específicos que se desprenden del objetivo general del taller son:

- i. Resolver situaciones-problemas en contextos que permitan el recorrido de una ruta de modelización del ciclo de MM.
- ii. Desarrollar el conocimiento didáctico-matemático de los profesores sobre los SEL cuando se resuelven actividades con la MM.
- iii. Reflexionar sobre la MM como estrategia para la enseñanza de los SEL en el aula.

El taller estará conformado por tres grandes momentos, cada uno con sus propósitos, de tal manera que se logren alcanzar los objetivos propuestos mismos que se describen en la Tabla 13.

Tabla 13. Estructura propuesta para el taller.

Momentos del Taller	Propósitos	Forma de trabajo
Momento 1: Sensibilización de los participantes sobre la MM.	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer las características de los problemas adecuadas para la adopción de un enfoque de MM. • Indagar sobre las concepciones e ideas de los profesores sobre la MM. 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajo individual por parte de los profesores participantes del taller. • Discusión grupal mediada por la persona responsable de la conducción del taller.
Momento 2: Trabajo matemático bajo una perspectiva de MM	<ul style="list-style-type: none"> • Promover el desarrollo del conocimiento común, ampliado y especializado del profesor sobre la MM para el estudio de los SEL. 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajo individual por parte de los profesores participantes del taller.
Momento 3: La MM como una estrategia para la enseñanza	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexionar sobre el uso de un ciclo de MM en los cursos de matemáticas para ingenieros 	<ul style="list-style-type: none"> • Discusión grupal mediada por la persona responsable de la conducción del taller.

Notas. *Elaboración propia.*

Los momentos que se definen como estructura para el taller estarán conformados por actividades que posibiliten el cumplimiento de los propósitos planteados para cada uno de ellos. En el siguiente apartado se abordan las características particulares de las actividades para el taller.

7.3. Características de las actividades del taller

Para el diseño de las actividades que forman parte del taller se han considerado algunas pautas que permitan su elaboración, las cuales deberán:

- Estar guiadas por los CID, considerando cada uno de sus componentes (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica).
- Permitir el tránsito de los participantes por cada una de las fases o procesos cognitivos del ciclo de modelización al resolver las situaciones-problemas planteadas.
- Considerar situaciones-problemas auténticas y abiertas, en contextos adecuados y cercanos al quehacer de los ingenieros.
- Permitir ser modelizadas a partir de SEL con infinitas soluciones que requieren la validación del conjunto solución a partir de las características del problema.
- Fomentar el uso de la tecnología digital como apoyo a la resolución de las situaciones-problemas planteadas.

Tomando en consideración las pautas que se establecen para el diseño, se han establecido algunas situaciones detonadoras que podrán ser parte de las actividades para el taller, enfocadas en diferentes momentos de este y con intencionalidades particulares. En la Tabla 14 se muestran tres situaciones detonadoras, así como la intención que se tiene con su inclusión en los primeros dos momentos del taller.

Tabla 14. Ejemplos de situaciones detonadoras e intencionalidades para las actividades del taller.

Momento	Situación detonadora	Intencionalidad
Momento 1: Sensibilización de los participantes sobre la MM.	<i>Actividad 1.1: Inventarios en bodega</i> Se tienen tres tarimas con sacos de cemento en cada una de ellas. Según el inventario, en total se tienen 102 sacos en almacén. Si la primera tarima tiene 10 sacos más que la segunda, pero cuatro sacos menos que la tercera ¿cuántos sacos hay en cada una?	Enfrentar a los profesores a la resolución de una actividad que les permita reconocer que las situaciones-problemas propuestos deberán poseer características particulares para evocar el uso una estrategia basada en los SEL y la MM.
Momento 2: Trabajo matemático bajo una perspectiva de MM	<i>Actividad 2.1: Comedores industriales</i> Se te ha asignado la responsabilidad de planificar el presupuesto para la compra de alimentos para un comedor industrial durante una semana. Para ello, deberás determinar cómo distribuirías el dinero asignado para dicha tarea. Considera justificar tu respuesta considerando qué aspectos tomarías en cuenta para la elección de los alimentos por comprar, si existen guías para la promoción de la alimentación saludable, posibles restricciones y eligiendo una forma para evaluar distintos escenarios sobre cómo podría ser la distribución del presupuesto disponible basado en una estrategia matemática.	Promover en los profesores la comprensión del problema, así como el establecimiento de restricciones a partir de la búsqueda de información (por ejemplo, la norma oficial mexicana sobre la promoción de una dieta saludable y balanceada) que posibiliten el desarrollo de un modelo matemático que represente la situación y permita resolverla.
Momento 2: Trabajo matemático bajo una perspectiva de MM	<i>Actividad 2.2: El flujo vial de Mercado Municipal</i> El Departamento de Desarrollo Urbano del municipio de Cajeme desea conocer cómo es el flujo vehicular en el primer cuadro de la ciudad, específicamente en las calles aledañas al Mercajeme, de tal forma que permita la toma de decisiones para acciones de mantenimiento y permisos para vendedores ambulantes. A partir de un análisis de aforo vehicular, se han recolectado algunos datos sobre la afluencia de automóviles en el área. Considerando los datos que se brindan, propón una forma de conocer la cantidad de vehículos en las calles cuando se cierran total o parcialmente alguna de las vías, basado en una estrategia matemática.	Reconocer, a partir del análisis de diferentes casos particulares, la importancia de la validación del conjunto solución de un SEL con respecto de la situación real que intenta resolver.

Notas. *Elaboración propia.*

Cada una de estas situaciones detonadoras deberá ir acompañada de una serie de consignas que permita a los profesores participantes del taller lograr lo establecido en su intención. Para el primer caso, la reflexión sobre las características de los tipos de problemas

y cómo estos fomentan el desarrollo de prácticas matemáticas congruentes con nuestros contenidos curriculares y enfoques para la enseñanza. En el segundo caso, que les permita a los participantes el desarrollo de una ruta de modelización a través de los diferentes procesos cognitivos planteados en el ciclo de modelización propuestos por Borromeo.

8 CRONOGRAMA

En la sección de consideraciones metodológicas se estableciendo una serie de acciones que se deberán concretarse a fin de dar cumplimiento a los objetivos del presente proyecto. El desarrollo de estas acciones deberá estar circunscrito en un periodo que para el presente proyecto se estructura a partir de ocho semestres en los que se desarrolla el programa de doctorado. En la Tabla 15 se muestra una esquematización temporal de las acciones de cada una de las fases metodológicas del proyecto a lo largo de los semestres que van desde el primer semestre (2024-1) hasta el octavo semestre (2027-2).

Tabla 15. Calendarización de las acciones para el desarrollo del proyecto de intervención

Acciones		Semestre							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Fase 1	A1. Estructurar un estado del arte sobre el problema de interés a partir de la identificación de los reportes de la literatura en la disciplina.	█							
	A2. Analizar documentos curriculares (planes y programas, libros de texto, planeaciones, entre otros) que permita conocer qué elementos existen con referencia a las prácticas docentes.	█	█						
	A3. Delimitar una problemática a partir de los elementos recopilados en la revisión de la literatura, el análisis documental y el análisis de la situación de la institución de interés.		█	█					
	A4. Establecer los objetivos del proyecto de intervención que permitan atender la problemática identificada		█	█					
	A5. Establecer las consideraciones teóricas y metodológicas que dan sustento al proyecto de intervención.			█	█				
Fase 2	A6. Caracterizar el significado institucional de referencia sobre los Sistemas de Ecuaciones Lineales.			█	█				
	A7. Identificar los tipos de problemas y las estrategias de resolución sobre los SEL que forman parte del diseño de las actividades.			█	█				
	A8. Estructurar actividades potenciales para la intervención didáctica basadas en el ciclo de modelización.					█	█		
	A9. Diseñar los instrumentos de recogida de información a partir de los elementos teóricos considerados para la valoración de la propuesta de DPD.					█	█		
	A10. Pilotear las actividades y los instrumentos diseñados con profesores universitarios para su valoración y pertinencia de acuerdo con las intenciones del proyecto.						█	█	
	A11. Diseñar la propuesta de DPD con las actividades seleccionadas a partir del pilotaje de estas y su valoración.							█	█
Fase 3	A12. Diseñar un protocolo de intervención didáctica que incluya las características para la implementación de la propuesta de DPD.							█	█
	A13. Implementar la propuesta con profesores en servicio, de acuerdo con lo establecido en el protocolo.							█	█
	A14. Recolectar la información a partir de los instrumentos diseñados para tal efecto.							█	█

Fase 4

A15. Analizar la información que se recolectó de la puesta en escena empleando los criterios de idoneidad didáctica.

A16. Determinar las posibles adecuaciones de la propuesta de DPD.

A17. Reformular la propuesta de DPD para futuras implementaciones.

A18. Realizar un análisis retrospectivo a partir de la información analizada sobre la efectividad de la intervención de acuerdo con los objetivos planteados.

Notas. *Elaboración propia.*

9 REFERENCIAS

- Aguilar-Salinas, W. E., y Lara, M. D. L. F. (2023). Examen colegiado y predictores de éxito en los estudiantes de álgebra lineal. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 37, 797–822. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a20>
- Álvarez-Macea, F., y Costa, V. A. (2019). Enseñanza del Algebra Lineal en carreras de ingeniería: Un análisis del proceso de la modelización matemática en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Eco Matemático*, 10(2), 65–78.
- Ángeles, O. (2023). *Modelo Educativo ITSON*. México: ITSON.
- Arana-Pedraza, R. A., Ibarra, S. E., y Font, V. (2020). Conocimientos y Competencias Didáctico Matemáticas del profesor de matemáticas en ingeniería: Un primer acercamiento. En Y. Morales-López y Á. Ruíz (Eds.), *Educación Matemática en las Américas 2019*.
- Ball, D. L. (2017). Uncovering the Special Mathematical Work of Teaching. En G. Kaiser (Ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 11–34). Springer.
- Beneitone, P., Esquetini, C., González, J., Marty, M., Siufi, G., y Wagenaar, R. (Eds.). (2007). *Reflexiones y perspectivas de la Educación Superior en América Latina: Informe final, proyecto tuning*. Publicaciones de la Universidad de Deusto. <http://tuning.unideusto.org/tuningal>
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9>
- Breda, A., Pino-Fan, L., y Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893–1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Brito-Vallina, M. L., Alemán-Romero, I., Fraga-Guerra, E., Para-García, J. L., y Arias-de Tapia, R. I. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería mecánica*, 14(2), 129–139.
- Camarena, P. (2004). La formación de los profesores de las ciencias básicas en el nivel superior. *Científica*, 8(1), 35-44.
- Consejo de Acreditación de la Enseñanza de la Ingeniería A.C. (2024). *Manual del Marco de Referencia 2025 (MR 2025) para programas de ingeniería*. CACEI.
- Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos [C.P.E.U.M.], reformada, Diario Oficial de la Federación [D.O.F.], 5 de febrero de 1917 (México).
- Coordinación Nacional para la Planeación de la Educación Superior. (1981). Plan nacional de educación superior para el Periodo 1981-1991. *Revista de la Educación Superior ANUIES*, 10(39).

- Cruz, M. F., Esteley, C., y Scaglia, S. (2020). Una experiencia de formación para futuros profesores: Producir matemática en un contexto de modelización matemática vinculada con fenómenos geométricos. *Educación matemática*, 32(1), 193–220.
- D'Amore, B. (2007). El papel de la Epistemología en la formación de profesores de Matemática de la escuela secundaria. *Cuadernos del Seminario en Educación*, 8. <https://cris.unibo.it/handle/11585/45213>
- De la Fuente Pérez, A., y Deulofeu Piquet, J. (2022). Uso de las conexiones entre representaciones por parte del profesor en la construcción del lenguaje algebraico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 36, 389–410. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a17>
- Dede, Y., y Taşpınar Şener, Z. (2021). MATHEMATICAL MODELING FROM THE EYES OF PRESERVICE TEACHERS. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 24(2), 121–150. <https://doi.org/10.12802/relime.21.2421>
- Dolores, C. (2014). La formación profesional de los profesores de matemáticas. En C. Dolores, M. del S. García, J. A. Hernández, y L. Sosa (Eds.), *Matemática Educativa: La formación de profesores* (Primera edición, pp. 15-27). Ediciones Díaz de Santos, S.A.
- Dolores, C., y Hernández, J. A. (2014). La formación de profesores de matemáticas en México desde el currículum oficial. En C. Dolores, M. del S. García, J. A. Hernández, y L. Sosa (Eds.), *Matemática Educativa: La formación de profesores* (Primera edición, pp. 51-71). Ediciones Díaz de Santos, S.A.
- Dorier, J.-L., Robert, A., Robinet, J., y Rogalsiu, M. (2000). The Obstacle of Formalism in Linear Algebra. En J.-L. Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra* (pp. 85–124). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/0-306-47224-4_2
- Even, R., y Ball, D. L. (Eds.). (2009a). *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics: The 15th ICMI Study* (Vol. 11). Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09601-8>
- Even, R., y Ball, D. L. (2009b). Setting the Stage for the ICMI Study on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. En R. Even y D. L. Ball (Eds.), *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics: The 15th ICMI Study* (pp. 1–9). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09601-8_1
- Fonseca, C. (2011). Reforma integral de la educación media superior. *Inventio, la génesis de la cultura universitaria en Morelos*, 13, 44-52.
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 26, 7–8.
- Galindo Vargas, N., Romo Vázquez, A., y Barroso Flores, J. (2023). Diseño y viabilidad de recursos para enseñar la modelización QSAR en ingeniería química = Design and viability of resources for teaching QSAR modeling in chemical engineering: Enseñanza de las Ciencias

Revista de investigación y experiencias didácticas. *Enseñanza de las Ciencias Revista de investigación y experiencias didácticas*, 41(2), 93–115. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5645>

Gobierno de México. (2025). *Plan México: Estrategia de Desarrollo Económico Equitativo y Sustentable para la Prosperidad Compartida (Primer borrador)*. https://www.planmexico.gob.mx/assets/pdf/Plan_Mexico_PrimerBorrador.pdf

Gobierno del Estado de Sonora. (2024). *PLAN SONORA DE ENERGÍAS SOSTENIBLES*. https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/977416/Plan_Sonora_Dif_100225_Red_1_00225_compressed.pdf

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13–31.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111–132.

Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. Aula Magna.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: El modelo CCDM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruíz, T. Fernández, y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 288–297).

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1), 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31, 90–113.

Godino, J. D., Giacomone, B., Font, V., y Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 63–83.

Harris, D., Black, L., Hernandez-Martinez, P., Pepin, B., Williams, J., y with the TransMaths Team. (2015). Mathematics and its value for engineering students: What are the implications for teaching? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(3), 321–336. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2014.979893>

Henríquez-Rivas, C., Guerrero-Ortiz, C., y Ávila Barrera, A. (2021). Trabajo matemático de profesores universitarios: Heurísticas de solución de una tarea. *Educación matemática*, 33(3), 233–262.

- Hernández-Zavala, L. E., Acuña-Soto, C., y Liern, V. (2023). Los parámetros y las infinitas soluciones en sistemas de ecuaciones lineales. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 37, 872–899. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a23>
- Instituto Tecnológico de Sonora (2024). Programa de curso de Álgebra Lineal.
- Instituto Tecnológico de Sonora. (s. f.). *Historia*. <https://itson.mx/Universidad/Paginas/historia.aspx>
- Kolman, B. y Hill, D. (2006). *Álgebra lineal* (octava edición). México: Pearson Educación.
- Larios, V., y Font, V. (2014). El estudio de la práctica docente para un diseño de formación para profesores de Matemáticas. En C. Dolores, M. del S. García, J. A. Hernández, y L. Sosa (Eds.), *Matemática Educativa: La formación de profesores* (Primera edición, pp. 223–239). Ediciones Díaz de Santos, S.A.
- Ledezma, C., Sánchez, A., y Hidalgo-Moncada, D. (2024). Reflexiones de futuros profesores sobre la implementación de la modelización matemática en el retorno a la enseñanza presencial. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 38, e230170. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a230170>
- Ley General de Educación [L.G.E], reformada, Diario Oficial de la Federación [D.O.F.], 30 de septiembre de 2019 (México).
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113–142. <https://doi.org/10.1007/BF02655885>
- Matos, J. F., Powell, A., Sztajn, P., Ejersbø, L., Hovermill, J., y Matos, J. F. (2009). Mathematics Teachers' Professional Development: Processes of Learning in and from Practice. En R. Even y D. L. Ball (Eds.), *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics* (Vol. 11, pp. 167–183). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09601-8_19
- Mutti, G. de S. L., y Klüber, T. E. (2021). Adoção da Modelagem Matemática: O que se mostra na literatura produzida no âmbito da Educação Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35, 129–157. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a07>
- Oktaç, A. (2018). Conceptions About System of Linear Equations and Solution. En S. Stewart, C. Andrews-Larson, A. Berman, y M. Zandieh (Eds.), *Challenges and Strategies in Teaching Linear Algebra* (pp. 71–101). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66811-6_4
- Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2019). *Panorama de la Educación Superior en Iberoamérica a través de los Indicadores de la Red Índices*. <https://www.redindices.org/attachments/article/85/Panorama%20de%20la%20educaci%C3%B3n%20superior%20iberoamericana%202019.pdf>

- Parra-Zapata, M. M., Rendón-Mesa, P. A., Ocampo-Arenas, M. C., Sánchez-Cardona, J., Molina-Toro, J. F., y Villa-Ochoa, J. A. (2018). Participación de profesores en un ambiente de formación online. Un estudio en modelación matemática. *Educación matemática*, 30(1), 185–212.
- Pino-Fan, L. R., Castro, W. F., y Moll, V. F. (2023). A Macro Tool to Characterize and Develop Key Competencies for the Mathematics Teacher' Practice. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 21(5), 1407–1432. <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10301-6>
- Pino-Fan, L. R., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87–109.
- Pizarro, S. P. (2020). Una secuencia didáctica en la enseñanza del álgebra lineal: modelización y unificación de competencias con la transformación lineal. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 23(3), 271–310. <https://doi.org/10.12802/relime.20.2331>
- Pozas, D. C., Araya, O. E., y Santori, M. L. (2023). Análisis de aplicaciones de los sistemas de ecuaciones en textos de Álgebra Lineal. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 15(1), 15–30.
- Ramírez, C., Oktaç, A., y García, C. (2005). Dificultades que presentan los estudiantes en los modos geométrico y analítico de sistemas de ecuaciones lineales. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 19, 413-418.
- Ramírez-Montes, G., Henriques, A., y Carreira, S. (2021). Undergraduate Students' Learning of Linear Algebra Through Mathematical Modelling Routes. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 21(2), 357–377. <https://doi.org/10.1007/s42330-021-00149-3>
- Rensaa, R. J., Hogstad, N. M., y Monaghan, J. (2020). Perspectives and reflections on teaching linear algebra. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, 39(4), 296–309. <https://doi.org/10.1093/teamat/hraa002>
- Rodríguez Gallegos, R., y Quiroz Rivera, S. (2016). El rol de la experimentación en la modelación matemática. *Educación matemática*, 28(3), 91–110.
- Rodríguez, M., Mena-Lorca, A., Gregori, P., Vásquez, P., del Valle, M., y Parraguez, M. (2022). Comprensión del conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas: Un estudio de casos. *Educación matemática*, 34(3), 163–193.
- Romo-Vázquez, A. (2014). La modelización matemática en la formación de ingenieros. *Educación matemática*, 314–338.
- Romo-Vázquez, A., Barquero i Farràs, B., y Bosch, M. (2019). El desarrollo profesional online de profesores de matemáticas en activo: Una unidad de aprendizaje sobre la enseñanza de la

modelización matemática. *Articles publicats en revistes (Educació Lingüística i Literària i de Didàctica de les Ciències Experimentals i de la Matemàtica)*. <https://diposit.ub.edu/dspace/handle/2445/160058>

Rozas-Torres, E., Cárcamo, A., y Fortuny, J. M. (2024). Concepciones Previas sobre Sistemas de Ecuaciones Lineales: Un Estudio Exploratorio con Estudiantes Universitarios. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 38, e230153. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a230153>

Ruiz-Olarría, A., Bosch Casabò, M., y Gascón Pérez, J. (2019). Construcción de una praxeología para la enseñanza en la institución de formación del profesorado. *Educación matemática*, 31(2), 132–160.

Sabatinelli, P. A., y Llanos, V. C. (2024). ANÁLISIS MACRODIDÁCTICO BASADO EN LOS PROGRAMAS DE ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA: EVOLUCIÓN DE LOS SABERES EN LA FORMACIÓN DE INGENIEROS EN ARGENTINA. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 27(2), 237–264. <https://doi.org/10.12802/relime.24.2724>

Secretaría de Educación Pública. (2020). *Visión y Misión de la SEP*. <http://www.gob.mx/sep/acciones-y-programas/vision-y-mision-de-la-sep?state=published>

Sepúlveda-Herrera, C., y Huincahue, J. (2024). Modelación matemática y etnomatemática: Una revisión sistemática de una línea de investigación en desarrollo. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 38, e230280. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a230280>

Sierpinska, A. (2000) On some aspects of students thinking in linear algebra. In J-L. Dorier (ed.), *On the Teaching of Linear Algebra*, pp. 209-246. Kluwer Academic Publishers.

Solar, H., Ortiz, A., Aravena, M., y Goizueta, M. (2023). Relaciones entre la argumentación y la modelación en el aula de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 37, 500–531. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a07>

Sosa Guerrero, L., Flores-Medrano, E., y Carrillo Yáñez, J. (2016). Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas del profesor cuando ejemplifica y ayuda en clase de álgebra lineal. *Educación matemática*, 28(2), 151–174.

Stewart, S., Axler, S., Beezer, R., Boman, E., Catral, M., Harel, G., McDonald, J., Strong, D., y Wawro, M. (2022). The linear algebra curriculum study group (LACSG 2.0) recommendations. *Notices of the American Mathematical Society*, 69(5), 813–819.

Subsecretaría de Educación Superior. (s. f.). *¿Qué hacemos?* Recuperado 6 de noviembre de 2024, de <https://educacionsuperior.sep.gob.mx/hacemos.html>

Torres-Corrales, D. del C., e Hinojos-Ramos, J. E. (2023). La formación matemática de ingenieros desde la Matemática Educativa. Estado del arte. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 25, 1–16. <https://doi.org/10.24320/redie.2023.25.e21.4804>

- Trigueros, M., Oktaç, A., y Manzanero, L. (2007). Understanding of systems of equations in linear algebra. *Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 5, 2359–2368.
- Trigueros, M., Oktaç, A., y Manzanero, L. (2007). Understanding of systems of equations in linear algebra. *Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 5, 2359–2368.
- UNESCO. (1966). *Recomendación relativa a la situación del personal docente*. http://www.unesco.org/education/pdf/TEACHE_S.PDF
- UNESCO. (1998). DECLARACIÓN MUNDIAL SOBRE LA EDUCACIÓN SUPERIOR EN EL SIGLO XXI: VISIÓN y ACCIÓN. *Revista Educación Superior y Sociedad (ESS)*, 9(2).
- UNESCO. (2008). *Recomendación conjunta de la OIT y la UNESCO relativa a la Situación del Personal Docente (1966) y Recomendación de la UNESCO relativa a la Condición del Personal Docente de Enseñanza Superior (1997) con la guía del usuario*. <http://unesdoc.unesco.org/images/0016/001604/160495s.pdf>
- UNESCO. (2014). *Estrategia a plazo medio 2014-2021*. <http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002278/227860s.pdf>
- UNESCO. (2015). *Incheon Declaration and SDG4 – Education 2030 Framework for Action*. <http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002456/245656E.pdf>
- Vargas Alejo, V., Escalante, C. C., y Carmona, G. (2018). Competencias Matemáticas a través de la implementación de actividades provocadoras de modelos. *Educación matemática*, 30(1), 213–236.
- Vargas-Alejo, V., Montero-Moguel, L., y Reyes-Rodríguez, A. (2024). Evolución de Sistemas Conceptuales Durante un Programa de Actualización Docente Basado en Modelación Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 38, e230198. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a230198>
- Vázquez, R., Romo, A., Romo-Vázquez, R., y Trigueros, M. (2016). La separación ciega de fuentes: Un puente entre el álgebra lineal y el análisis de señales. *Educación matemática*, 28(2), 31–57.
- Widman Aguayo, F. (2021). Desarrollo profesional de profesores de matemáticas en ambientes virtuales: Ventajas, aproximaciones teóricas y futuras líneas de investigación. *Educación matemática*, 33(2), 227–244. <https://doi.org/10.24844/em3302.09>