Colección Matemática Educativa y Tecnología
Responsables: Carlos Cortés y Fernando Hitt

ACTIVIDADES DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN UN MEDIO TECNOLÓGICO

Álvaro Bustos Rubilar
Fernando Hitt

Colección Matemática Educativa y Tecnología

Actividades de modelación matemática en un medio tecnológico

Editores de la colección Matemática Educativa y Tecnología
José Carlos Cortés Zavala
Fernando Hitt

Comité Editorial del libro: Actividades de modelación matemática en un medio tecnológico (versión electrónica)

Álvaro Bustos Rubilar

Universidad de Valparaíso

Fernando Hitt

Université du Québec à Montréal

Primera edición: Marzo 2019 (México)

Actividades de modelación matemática en un medio tecnológico

Versión electrónica

Bustos, A. y Hitt, F. (Eds.)

México: Editorial AMIUTEM, 2019

322 p; 23 x 17 cm – (Colección Matemática Educativa y Tecnología)

ISBN: 978-607-98603-1-8

Diseño portada: Claudia Miranda Osornio
Imprime: Morevallado

Impreso en México / Printed in Mexico

Índice

Colección: Matemática Educativa y Tecnología

La Matemática Educativa como disciplina científica investiga sobre el aprendizaje de las matemáticas para revolucionar la enseñanza de las mismas. Desde un punto de vista tecnológico, desde las últimas décadas del siglo XX, la tecnología exhibió, en pantallas de calculadoras y de computadoras, su eficiencia técnica al mostrar en forma dinámica diferentes representaciones de un concepto matemático. Con este hecho, las teorías sobre la construcción de conceptos fundamentadas en la noción de representación se hicieron cada vez más sólidas. Así mismo, la resolución de problemas y el movimiento de la matemática realista de la escuela de Freudenthal impulsó la modelación matemática haciendo uso de tecnología (Blum, Galbraith, Henn & Niss, Eds. 2007, English 2007). Si bien la tecnología es utilizada en la vida diaria de los individuos en forma eficaz, falta mucho para que ello se realice en el aula de matemáticas.

La enseñanza de las matemáticas con tecnología necesitaba de un marco teórico ligado a esta problemática, el trabajo de Rabardel (1995) proporcionó una respuesta para entender cómo funciona el organismo humano frente a un artefacto, desarrollando la noción de génesis instrumental, teoría del aprendizaje adaptada al aprendizaje de las matemáticas por Guin & Trouche (1999). Esta teoría con raíces vygostkianas mostró que la apropiación de artefactos y su transformación en herramienta para la resolución de problemas no es una tarea fácil (Bartolinni Bussi & Mariotti 1999, 2008, Arzarello & Paola 2007).

Conscientes de la importancia de promover la investigación práctica sobre el uso de tecnología en el aula de matemáticas, hemos creado la colección de libros “Matemática Educativa y Tecnología”. Cada producto de esta serie estará integrado por dos libros uno que contendrá un acercamiento teórico-practico y el otro será una versión práctica que sirva de apoyo en el aula al profesor de matemáticas. Las obras producidas en el marco de esta colección serán puestas a disposición de los profesores y podrán descargarlos vía Internet.

Editores de la colección

Fernando Hitt Espinosa
José Carlos Cortés Zavala

Referencias

Arzarello, F. & Paola, D. (2007). Semiotic games: the role of the teacher. In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.). Proceedings of the 31st Conference of the International Groupe PME, v. 2, 17-24. Seoul: PME.

Bartolini Bussi, M. and Mariotti, M. (1999). Semiotic mediation: From history to mathematics classroom. *For the Learning of Mathematics* 19(2): 27-35.

Bartolini Bussi M. G., & Mariotti M. A. (2008). Semiotic Mediation in the Mathematics Classroom: Artefacts and Signs after a Vygotskian Perspective, In L. English, M. Bartolini, G. Jones, R. Lesh and D. Tirosh (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*. New Jersey: LEA.

Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. & Niss, M. (Eds. 2007). *Modelling and applications in mathematics education*. The 14th ICMI Study. New York: Springer.

English L. (2015). STEM: challenges and opportunities for mathematics education. In K. Beswick, T. Muir & J. Welles (eds.), *Proceedings of PME39*, v. 1, 3-18. July, 2015, Hobart, Australia.

Guin, D. & Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 3*, 195-227.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments Contemporains*. Armand Colin. HAL: hal-01017462, consulted 5 april 2016.

Prefacio

Al pasar las páginas de este libro detengo mi mirada en los vocablos representación, modelación y problema; me doy cuenta de que son términos centrales que insertos en la presente obra se convierten en construcciones teóricas muy elaboradas. Su enunciación en contextos específicos, enmarcada por las diversas teorías seleccionadas por los autores, los convierte en términos polisémicos cuyos significados podrán ser develados a través de la lectura y el seguimiento de las actividades aquí presentadas.

Hablar de representación (o alguna de sus variantes) no es sólo remitirnos a cualquiera de las catorce acepciones que ofrece el Diccionario de la Real Academia Española (DRAE, 2017), hacerlo involucra necesariamente establecer vínculos con alguna teoría cognitiva, de aprendizaje, de enseñanza o bien con alguna corriente metodológica que sitúa el concepto en un escenario perfectamente delimitado. Así, por ejemplo, Hitt y Quiroz (Capítulo 1, pág. 7) se proponen "iniciar la construcción de elementos teóricos específicos para una teoría sociocultural del aprendizaje, considerando la noción de representación como pilar indispensable", en tanto que, Castro (Capítulo 10, pág. 267) remite exclusivamente a las representaciones gráficas en los albores de su surgimiento, sobre todo por resaltar como referente el trabajo desarrollado por Fermat y Descartes.

Por su parte, Pantoja, Ferreyra y Pantoja (Capítulo 14) emplean el término representación como una imagen que sustituye a la realidad y vincula ésta a otras formas de representación (externas): acercamiento numérico, gráfico o analítico, que puede tener un tópico matemático, interpretación a la que también aluden Soto, Hitt y Quiroz (Capítulo 2, pág. 29) y Cortés, López y Núñez (Capítulo 8, 204).

Parada y Fiallo (Capítulo 6, 144) enuncian que: al "animar el punto P los estudiantes ven, a través de la *filmación*, el comportamiento del punto que representa el volumen en función de la altura". Asimismo, en un pie de gráfica asignan la cualidad de representación a la imagen de una caja sin tapa.

De lo expuesto desprendo que los autores conciben como una representación, en el texto, a una imagen, un punto, una gráfica, una tabla o un procedimiento.

El concepto modelo (o alguna variante) es bastante cercano al de representación, algunos participantes de este texto los emplean como sinónimos, ya sea de forma explícita o implícita.

Vargas-Alejo y Cristobal-Escalante (Capítulo 4, pág. 86) citan a Lesh y Doerr (2003, pág. 10) para ofrecer una definición del segundo de los conceptos mencionados:

> "[Los modelos] son sistemas conceptuales (que consisten de elementos, relaciones y reglas que gobiernan las interacciones) que son expresados mediante el uso de sistemas de notación externa, y que son utilizados para construir, describir, o explicar los comportamientos de otros sistemas –de tal forma que el otro sistema pueda ser manipulado o predicho de manera inteligente".

Más adelante, Vargas-Alejo y Cristobal-Escalante (Capítulo 4, pág. 95 y 96) asignan el nombre de "modelo tabular" y "modelo gráfico" a las producciones numérica y gráfica que resultan de un proceso computacional.

Los términos simulación y modelación guardan entre sí una estrecha relación en el compendio de artículos, por ejemplo, Soto (Capítulo 5) emplea el primer vocablo para referirse a una situación creada con base en los elementos y las relaciones entre éstos, provenientes desde otra situación previamente enunciada. Explicita el autor que la exploración y la observación de la simulación, a la cual llama modelo dinámico, "puede sistematizarse para identificar las variables, las constantes y las relaciones que intervienen en el modelo" (pág. 123).

Passaro, Rodríguez, Saboya y Venant (Capítulo 7); Dávila y Grijalva (Capítulo 8); Del Castillo e Ibarra (Capítulo 9); Zaldívar (Capítulo 10) relacionan la modelación con situaciones problemáticas relativas a fenómenos de variación.

En lo que concierne al concepto problema, Soto, Hitt y Quiroz (Capítulo 2) presentan una reseña de la ruta de la resolución de problemas como núcleo didáctico dentro del aula de matemáticas; algo similar ocurre en Hitt y Quiroz (Capítulo 1), quienes discuten la diferencia entre ejercicio, problema, situación problema, situación de búsqueda y problema de modelación. Desencadenan el recorrido con una formulación propia, la situación de investigación, actividad que proponen para ser utilizada en el marco de la metodología Acodesa (Aprendizaje en Colaboración, Debate científico y Autorreflexión).

Los problemas, representaciones y modelos se encuentran en diversos momentos del desarrollo histórico del conocimiento matemático. Por ejemplo, los llamados tres problemas clásicos: la trisección de un ángulo, la duplicación de un cubo y la cuadratura de un círculo, mantuvieron ocupados, en la búsqueda de su solución, a los estudiosos de la época en que fueron formulados. También, se sabe que el equivalente a “un modelo” fue empleado por Arquímedes para la demostración de teoremas matemáticos, acercamiento que él llama el Método, que consiste en “pesar figuras” para establecer relaciones que validan las afirmaciones que se enuncian; es un modelo mecánico de planteamientos geométricos.

En cuanto a las representaciones, otro hombre de ciencia, Galileo, emplea segmentos rectilíneos y figuras geométricas para explicar gráficamente los razonamientos que sustentan las demostraciones de proposiciones acerca del movimiento de los cuerpos.

Es claro que los tres conceptos comentados: representación, modelo y problema, tienen en la historia un uso distinto al que ocupan en la presente obra. Aquí, se presentan con un andamiaje teórico que les da soporte para su uso en las aulas de matemáticas. Se distinguen planteamientos generales como es La teoría de la actividad de Leontiev (Capítulo 2), La Teoría Socioepistemológica (Capítulo 12) y otras de alcance local: la Teoría de los Registros Semióticos de Representación desarrollada por Duval (Capítulo 7, Capítulo 8), la Perspectiva de Modelos y Modelación (Capítulo 4), el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (Capítulo 6), y, el Paradigma del geómetra-físico (Capítulo 15).

La metodología de enseñanza que se emplea es diversa. La mayoría de los autores de la presente obra: Hitt y Quiroz (Capítulo 1); Soto, Hitt y Quiroz (Capítulo 2); Quiroz, bustos y Hitt (Capítulo 3); Cortés, López y Núñez (Capítulo 8); Da Silveira (Capítulo 10); Pantoja, Ferreyra y Pantoja (Capítulo 14), organizan el desarrollo de sus propuestas de aula con base en las etapas de Acodesa. Resulta interesante la forma en que el autor de la propuesta relaciona el tipo de representación con las diferentes etapas en que se divide el proceso metodológico. También se utilizan otras formas de organización y realización de la secuencia didáctica como es la propuesta de Díaz-Barriga que emplean Soto (Capítulo 5) y del Castillo e Ibarra (Capítulo 11).

Emplear una fotografía como estrategia para relacionar una de las propiedades extensivas de la materia, el volumen, con un concepto matemático, la integral definida, y, con un procedimiento geométrico, la rotación de una superficie que genera la representación de un sólido, es posible realizarlo gracias al avance tecnológico, sobre todo computacional, ocurrido esto en los últimos cincuenta años.

La mayoría de los proyectos de investigación y propuestas didácticas incluidos en el libro utilizan software como herramienta para el desarrollo de las actividades, es preponderante el uso de la aplicación de Matemáticas dinámicas GeoGebra (Capítulos 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 14 y 15). Otros emplean dispositivos de recolección de datos, específicamente sensores de movimiento (Capítulos 7 y 12) y voltaje (Capítulo 7).

En cuanto a los tipos de actividades con software de geometría dinámica, Geeraerts y Tanguay (Capítulo 15) mencionan algunos, entre ellos: a) Editor de figuras, b) Editor de figuras geométricas dinámicas, c) Herramientas de experimentación empírica, y d) Ilustración de los elementos de enseñanza, las explicaciones y los razonamientos dirigidos a los estudiantes. Ulloa (Capítulo 13), por su parte, propone, los “Objetos Para Aprender”, como una forma de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con apoyo de tecnología.

Dentro de la obra se distingue, de manera general, que los autores diseñaron sus actividades con la intención de hacer exploraciones sistemáticas guiadas acerca de tópicos específicos de matemáticas, como puede verse más detalladamente en el compendio específico.

La presente obra puede funcionar como un valioso apoyo para estudiantes de posgrado en aspectos relativos a la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, para profesores de las diferentes asignaturas que conforman la disciplina y para investigadores en Matemática Educativa y Educación matemática.

La agradable sensación que en mi ha dejado la lectura de las más de cuatrocientas páginas del texto y el seguimiento de las actividades que componen el libro de actividades concomitante a este volumen me llama a releerlo. Sé que la interpretación será distinta y que la cercanía a los interesantes planteamientos que los autores aportan será cada vez más estrecha.

Esnel Pérez Hernández

Instituto GeoGebra AMIUTEM

1 L L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS UN MILIEU SOCIOCULTUREL ET TECHNOLOGIQUE O

Chapitre théorique version en Espagnol seulement

Fernando Hitt[1], Samantha Quiroz Rivera[2]

Activités développées en lien avec ce chapitre dans d'autres études par :

Fernando Hitt[1], Samantha Quiroz Rivera[2], Mireille Saboya[1], Álvaro Bustos Rubilar[3], Zita Antun[1].

Les personnes et les tables

Page 1. Le restaurant de Marcel

Nom de l'élève :

____

Noms des membres de l'équipe :

____

____

____

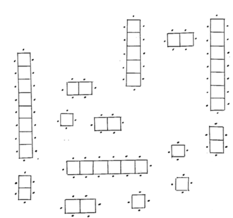
Groupe: __________

Date : __________

Directives :

- **Pour ce premier travail individuel, utilise un stylo à l'encre noire ou bleue.**
- **Pour le travail d'équipe, si tu modifies ta réponse, utilise un stylo à l'encre rouge.**
- **Après le bilan avec la classe, si tu modifies ta réponse à nouveau, utilise un stylo à l'encre verte.**

Les personnes et les tables

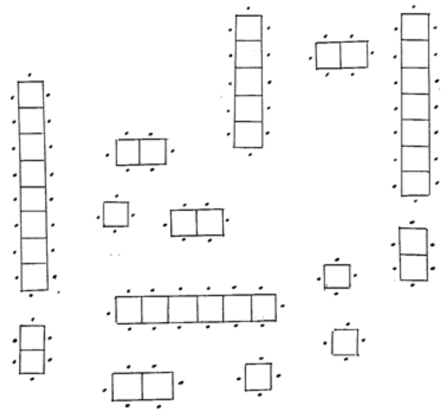


Page 2. Mise en situation (Travail individuel)

Marcel, le propriétaire d'un restaurant, dispose de tables simples dans son restaurant qu'il place l'une à côté de l'autre pour pouvoir placer ses clients lorsqu'ils arrivent. Il dispose ainsi de différentes tables de toutes sortes de grandeurs : des grandes, des petites, des moyennes… toujours disposées de la même façon.

---

[1] Département des Mathématiques, Université du Québec à Montréal.
[2] Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Autónoma de Coahuila.
[3] Instituto de Matemáticas, Universidad de Valparaíso.



Marcel aimerait bien ne pas avoir à compter à chaque fois les clients qui arrivent pour décider autour de quelle table il les place. Marcel a besoin de ton aide. Il aimerait trouver une manière de calculer vite le nombre de clients qu'on peut asseoir autour d'une table, et ce, quelque soit la grandeur de la table et sans compter une à une les personnes.

1. Quel est le nombre de personnes que l'on peut asseoir autour de 3 petites tables ?

2. Si on cherche le nombre de personnes pour 4 petites tables, avez-vous besoin d'un dessin pour les trouver ou voyez-vous une façon rapide de procéder ?

3. Et pour 15 petites tables, pouvez-vous trouver une stratégie pour calculer rapidement le nombre de personnes que l'on peut asseoir sans avoir à les compter une à une et sans avoir à les dessiner ?

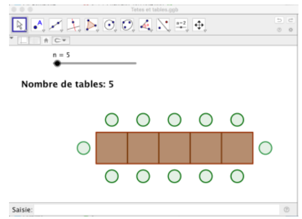
Page 3. Travail en équipe

4. En équipe, discutez des stratégies que vous avez trouvé précédemment pour calculer le nombre de personnes que l'on peut asseoir si on a 15 petites tables. Procédez-vous tous de la même façon ? Trouvez au moins 2 stratégies pour calculer le nombre de personnes pour 15 tables.

5. Une fois que vous avez écrit les différentes stratégies et que vous avez décidé qu'elles sont correctes, utilisez chacune de ces stratégies pour calculer le nombre de personnes que l'on peut asseoir autour de 21 tables et de 54 tables.

Page 4. Travail en équipe

6. L'application GeoGebra vous donne le nombre de personnes que l'on peut asseoir pour n'importe quelle grandeur de table. Vous pouvez l'utiliser pour vérifier votre travail en 5.



7. Écrivez un message en mots à Marcel qui lui permet de calculer le nombre de personnes que l'on peut asseoir autour d'une table et ce, pour n'importe quelle table.

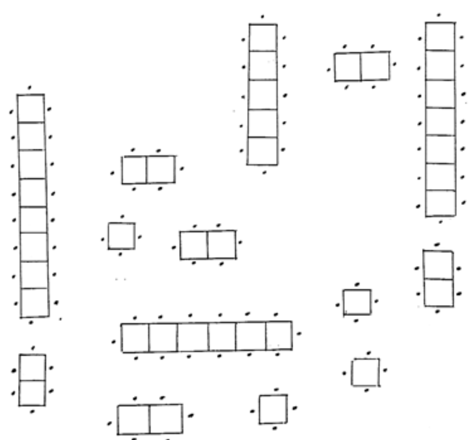
Suite : Discussion en grand groupe (commentaire pour l'enseignant(e))

Discussion de ce qui a été fait dans les premiers stades et recherche d'un consensus basé sur l'argumentation et la validation. Écrire au tableau les différentes stratégies ressorties, commencer si possible par celles qui sont erronées pour que les élèves les valident en grand groupe.

Toutes les productions des élèves sont collectées.

Page 5. Travail individuel – Autoréflexion – Le faire en classe

Marcel, le propriétaire d'un restaurant, dispose de tables simples dans son restaurant qu'il place l'une à côté de l'autre pour pouvoir placer ses clients lorsqu'ils arrivent. Il dispose ainsi de différentes tables de toutes sortes de grandeurs : des grandes, des petites, des moyennes… toujours disposées de la même façon.



Marcel aimerait bien ne pas avoir à compter à chaque fois les clients qui arrivent pour décider autour de quelle table il les place. Marcel a besoin de ton aide. Il aimerait trouver une manière de calculer vite le nombre de clients qu'on peut asseoir autour d'une table, et ce, quelque soit la grandeur de la table et sans compter une à une les personnes.

Remettre la mise en contexte (restaurant). Réponds sans technologie.

1. Calculer le nombre de personnes que l'on peut asseoir autour de 4 petites tables. Explicite la ou les stratégie(s) que tu as utilisée(s).

2. Calculer le nombre de personnes que l'on peut asseoir autour de 15 petites tables. Explicite la ou les stratégie(s) que tu as utilisée(s).

3. Calculer le nombre de personnes que l'on peut asseoir autour de 21 et de 54 petites tables. Explicite la ou les stratégie(s) que tu as utilisée(s).

4. Calculer le nombre de personnes que l'on peut asseoir autour de n'importe que nombre de petites tables. Explicite la ou les stratégie(s) que tu as utilisée(s).

Remarque. Une fois que les élèves ont répondu, l'enseignant(e) ramasse les copies. Ne pas les laisser aux élèves pendant l'institutionnalisation pour qu'ils n'écrivent pas sur leur feuille (on veut voir ce qu'ils sont capables de faire de façon individuelle après avoir vécu l'activité).

Suite - Processus d'institutionnalisation mené par l'enseignant(e)

L'enseignant effectue une analyse des productions des élèves, mettant l'accent sur le processus d'évolution des représentations spontanées des élèves et leur approche des processus algébriques. Enfin, il fournit aux étudiants le processus algébrique en tant que processus de généralisation basé sur les processus numériques des étudiants et en arrivant à une expression algébrique qui permet le calcul direct.

Ici Samantha (le même jour que l'autoréflexion) fait une synthèse de ce qui est ressorti, elle reprend ce qui a été fait.

Bijoutière « El Dorado »

Page 1. Bijoutière « El Dorado »

Nom de l'élève :

____

Noms des membres de l'équipe :

____

____

____

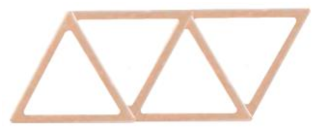
Groupe: ____________

Date : _____________

Directives :

- **Pour ce premier travail individuel, utilise un stylo à l'encre noire ou bleue.**
- **Pour le travail d'équipe, si tu modifies ta réponse, utilise un stylo à l'encre rouge.**
- **Après le bilan avec la classe, si tu modifies ta réponse à nouveau, utilise un stylo à l'encre verte.**

Bijouterie « El Dorado »

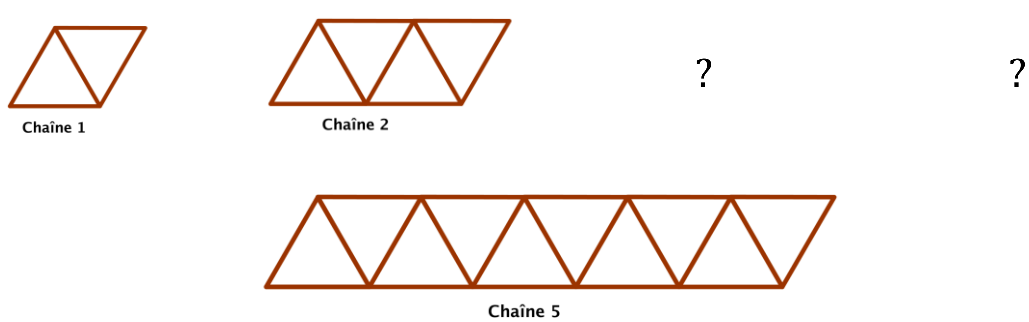


Page 2. Travail individuel

Dans la bijouterie du Mile-end appelée « El Dorado », Mme Saboya fabrique des chaînes en or à mailles de forme triangulaire comme celle-ci :

Elle fait des bracelets de différentes longueurs de chaîne. Mme Saboya achète les tiges d'or par pièce. Elle voudrait trouver le nombre de tiges dont elle a besoin sans être obligé de compter les tiges comme ça, une par une. Vous devez envoyer un message à Mme Saboya dans lequel vous allez lui expliquer comment elle pourrait faire pour trouver combien de tiges elle a besoin selon le nombre de mailles désirés sans être obligé de les compter une par une.

Nous vous montrons les deux premières figures et la 5e.



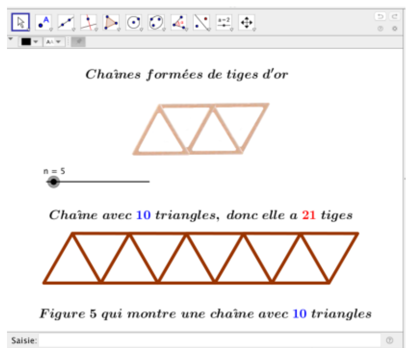
1. Calculer le nombre de tiges pour la 3e chaîne.
2. Avez-vous besoin d'un dessin pour calculer le nombre de tiges pour la 4e chaîne ?
3. Pouvez-vous trouver une stratégie pour calculer le nombre de tiges pour la 5e chaîne, sans compter une à une chaque tige ?

Page 3. Travail en équipe

4. Analyser le travail de vos collègues pour trouver différentes stratégies qui vous permettent de calculer le nombre de tiges de la 6e chaîne. Écrivez chacune des stratégies.

5. Une fois que vous avez vos stratégies, et vous avez décidé qu'elles sont correctes, calculez avec chacune d'elles la 12e chaîne. Quel est votre résultat avec chacune des stratégies que vous avez utilisées ? Est-ce que chacune des stratégies vous a donné le même résultat ?

6. Utilisez l'application GeoGebra pour vérifier si vos stratégies correspondent aux résultats fournis par l'application GeoGebra. Si les résultats ne correspondent pas, recherchez une explication.



7. Une fois que vous avez terminé l'étape précédente, fournissez aux autres collègues une procédure ou une formule qui vous permet de calculer le nombre de tiges de n'importe quelle chaîne.

Page 4. Discussion en grand groupe

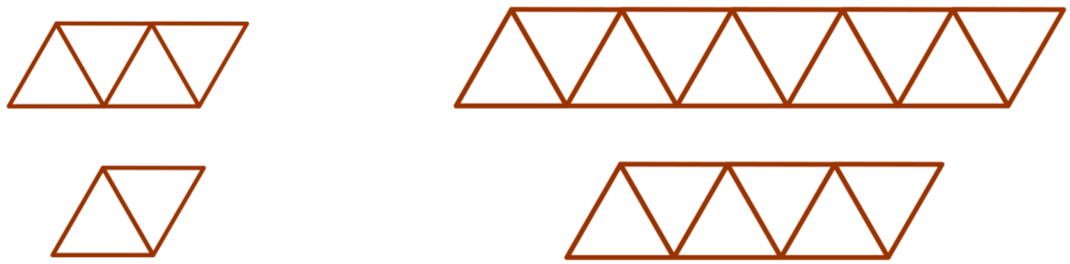
Discussion de ce qui a été fait dans les premiers étapes. Essayez de comprend les procédures de vos compagnons basé sur l'argumentation et la validation.

Page 5. Travail individuel - Autoréflexion

Dans la bijouterie du Mile-end appelée « El Dorado », Mme Saboya fabrique des chaînes en or à mailles de forme triangulaire comme celle-ci :

Elle fait des bracelets de différentes longueurs de chaîne. Mme Saboya achète les tiges d'or par pièce. Elle voudrait trouver le nombre de tiges dont elle a besoin sans être obligé de compter les tiges comme ça, une par une. Vous devez envoyer un message à Mme Saboya dans lequel vous allez lui expliquer comment elle pourrait faire pour trouver combien de tiges elle a besoin selon le nombre de mailles désirées sans être obligé de les compter une par une.

Nous vous montrons les deux premières figures et la 5e.



1. Calculer le nombre de tiges pour la 4e chaîne. Explique.

2. Calculer le nombre de tiges pour la 15e chaîne. Explique.

3. Calculer le nombre de tiges pour la 21e chaîne et pour la 54e chaîne. Explique.

4. Fournissez aux autres collègues une procédure ou une formule qui vous permet de calculer le nombre de tiges de n'importe quelle chaîne.

Page 6. Processus d'institutionnalisation mené par l'enseignant(e)

L'enseignant(e) effectue une analyse de la production des étudiants, mettant l'accent sur le processus d'évolution des représentations spontanées des élèves et leur approche des processus algébriques. Enfin, il fournit aux étudiants le processus algébrique en tant que processus de généralisation basé sur les processus numériques des étudiants et en arrivant à une expression algébrique qui permet le calcul direct.

Le carré bordé

Page 1. Le carré bordé

Nom de l'élève :

____

Noms des membres de l'équipe :

____

____

____

Groupe: __________

Date : __________

<u>Directives</u> :

- **Pour ce premier travail individuel, utilise un stylo à l'encre noire ou bleue.**
- **Pour le travail d'équipe, si tu modifies ta réponse, utilise un stylo à l'encre rouge.**
- **Après le bilan avec la classe, si tu modifies ta réponse à nouveau, utilise un stylo à l'encre verte.**

Le carré bordé

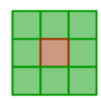


Figure 1

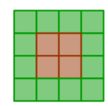


Figure 2

Page 2. Travail individuel

Un fournisseur de plancher en céramique vend des carrés d'une couleur et suggère qu'un motif agréable c'est celui de placer de carrés d'un autre couleur sur la bordure. Pour chaque figure que l'on peut faire avec les carrés (voir exemple plus bas), le fournisseur voudrait les placer dans une case avec le prix. Chaque carré de céramique à l'intérieur est actuellement de 2$, et chaque carré en bordure est de 3$. Comment pouvez-vous aider au fournisseur?

Vous êtes invité à effectuer un travail individuel, puis en équipe et après en grand groupe. Finalement un retour à une réflexion individuelle comme sera indiqué par l'enseignant.

Ensuite, nous vous montrons une série de carrés, et nous sommes intéressés à calculer le nombre de carrés autour du carré central.

Nous vous montrons les deux premières figures et la 5e.

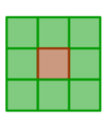


Figure 1

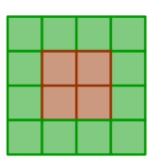


Figure 2

?

?

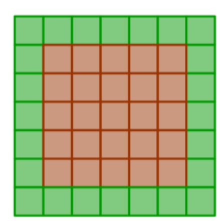


Figure 5

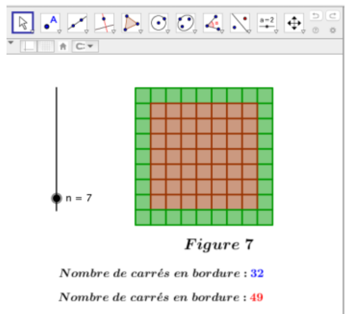
1. Calculer le nombre de carrés autour du carré central de la 3e figure.
2. Avez-vous besoin d'un dessin pour calculer les carrés autour du carré central de la 4e figure ?
3. Pouvez-vous trouver une stratégie pour calculer le nombre de carrés autour du carré central de la 5e figure, sans compter les carrés autour de chacun d'un par un ?

Page 3. Travail en équipe

4) Analyser le travail de vos collègues pour trouver différentes stratégies qui vous permettent de calculer le nombre de carrés du 6e figure. Écrivez chacune des stratégies.

5) Une fois que vous avez vos stratégies, et vous avez décidé qu'elles sont correctes, calculez avec chacune d'elles le 12e figure. Quel est votre résultat avec chacune des stratégies que vous avez utilisées ? Est-ce que chacune des stratégies vous a donné le même résultat ?

6) Utilisez l'application GeoGebra pour vérifier si vos stratégies correspondent aux résultats fournis par l'application. Si les résultats ne correspondent pas, recherchez une explication.



7) Une fois que vous avez terminé l'étape précédente, fournissez aux autres collègues une procédure ou une formule qui vous permet de calculer le nombre de carrés autour de n'importe quelle figure avec la même forme avant travaillé.

Page 4. Discussion en grand groupe

Discussion de ce qui a été fait dans les premiers étapes. Essayez de comprend les procédures de vos compagnons basé sur l'argumentation et la validation.

Page 5. Travail individuel - Autoréflexion

Un nouveau questionnaire est utilisé par chaque élève pour travailler à la maison. Il s'agit de reconstruire les résultats qui permettent de résoudre l'activité.

Page 6. Processus d'institutionnalisation mené par l'enseignant(e)

L'enseignant(e) effectue une analyse de la production des étudiants, mettant l'accent sur le processus d'évolution des représentations spontanées des élèves et leur approche des processus algébriques. Enfin, il fournit aux étudiants le processus algébrique en tant que processus de généralisation basé sur les processus numériques des étudiants et en arrivant à une expression algébrique qui permet le calcul direct.

Rectangles et les cercles

Page 1. Rectangles et les cercles

Nom de l'élève :

____

Noms des membres de l'équipe :

____

____

____

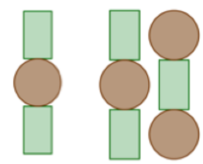
Groupe: ____________

Date : ____________

Directives :

- **Pour ce premier travail individuel, utilise un stylo à l'encre noire ou bleue.**
- **Pour le travail d'équipe, si tu modifies ta réponse, utilise un stylo à l'encre rouge.**
- **Après le bilan avec la classe, si tu modifies ta réponse à nouveau, utilise un stylo à l'encre verte.**

Les rectangles et les cercles



F1 F2

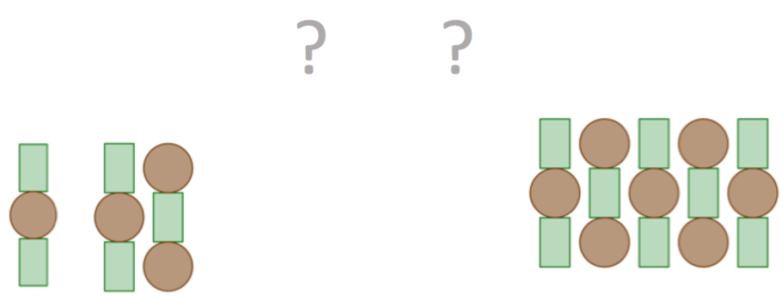
Page 2. Travail individuel

Nous avons une série de rectangles et cercles arrangés comme le montre les figures plus bas…

Tu-est invité à effectuer un travail individuel, puis en équipe et après en grand groupe. Finalement un retour à une réflexion individuelle comme sera indiqué par l'enseignant.

Ensuite, nous vous montrons une série de rectangles et cercles, et nous sommes intéressés à calculer le nombre de rectangles et cercles pour chaque figure.

Nous vous montrons les deux premières figures et la 5e.

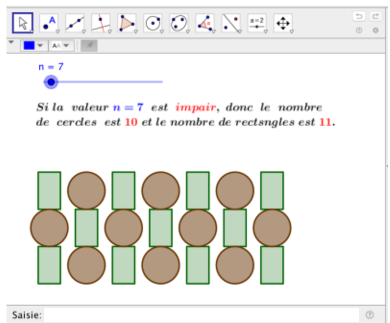


F1 F2 ? ? F5

1. Calculer le nombre de rectangles et de cercles de la 3e figure.
2. As-tu besoin d'un dessin pour calculer les rectangles et les cercles la 4e figure ?
3. Peux-tu trouver une stratégie pour calculer le nombre de rectangles et cercles de la 5e figure, sans compter les rectangles ni les cercles un à un ?

Page 3. Travail en équipe

4. Analyser le travail de tes compagnons pour trouver différentes stratégies qui te permettant de calculer le nombre de rectangles et de cercles de la 6e figure. Écrive chacune des stratégies.
5. Une fois que vous avez vos stratégies, et que vous avez décidé qu'elles sont correctes, calculez avec chacune d'elles le nombre de rectangles et de cercles pour la 12e figure. Quel est votre résultat avec chacune des stratégies que vous avez utilisées ? Est-ce que chacune des stratégies vous a donné le même résultat ?
6. Maintenant calculez avec vos stratégies le nombre de rectangles et de cercles pour la 13e figure.
7. Utilisez l'application GeoGebra pour vérifier si vos stratégies correspondent aux résultats fournis par l'application GeoGebra. Si les résultats ne correspondent pas, recherchez une explication.



8. Une fois que tu as terminé l'étape précédente, fournis à tes compagnons une procédure ou une formule qui vous permet de calculer le nombre de rectangles ou de cercles pour n'importe quelle figure avec la même forme avant travaillé.

Page 4. Discussion en grand groupe

Discussion de ce qui a été fait dans les premiers étapes. Essaye de comprend les procédures de tes compagnons basé sur l'argumentation et la validation.

Page 5. Travail individuel, autoréflexion

Un nouveau questionnaire est utilisé par chaque élève pour travailler à la maison. Il s'agit de reconstruire les résultats qui permettent de résoudre l'activité.

Page 6. Processus d'institutionnalisation mené par l'enseignant(e)

L'enseignant(e) effectue une analyse de la production des étudiants, mettant l'accent sur le processus d'évolution des représentations spontanées des élèves et leur approche des processus algébriques. Enfin, il fournit aux étudiants le processus algébrique en tant que processus de généralisation basé sur les processus numériques des étudiants et en arrivant à une expression algébrique qui permet le calcul direct.

Rectangles et les cercles

Page 1. Rectangles et les cercles

Nom de l'élève :

____

Noms des membres de l'équipe :

____

____

____

Groupe: ____________

Date : _____________

Directives :

- **Pour ce premier travail individuel, utilise un stylo à l'encre noire ou bleue.**
- **Pour le travail d'équipe, si tu modifies ta réponse, utilise un stylo à l'encre rouge.**
- **Après le bilan avec la classe, si tu modifies ta réponse à nouveau, utilise un stylo à l'encre verte.**

Chemin dans le Jardin botanique

Page 2. Travail individuel

La Ville de Montréal se prepare pour son spectacle « Jardins de lumière » au Jardin Botanique.

Le directeur responsable du Jardin Botanique a décidé de faire le « Chemin de citrouilles » comme le montre la photo. Il veut mettre de citrouilles tout au long du chemin, de dalles vertes lumineuses pour montrer le chemin pendant la nuit, et de dalles marronnes pour le reste.

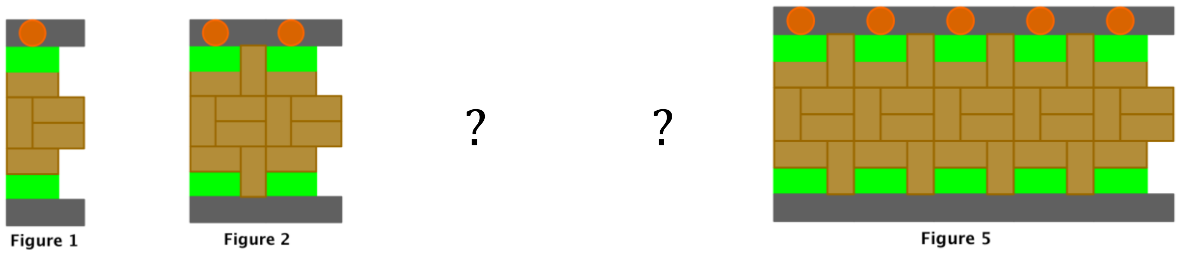
Le problème commence quand le directeur veut savoir le prix pour faire ce chemin, et faire un comptage des dalles lumineuses, de dalles marronnes et de citrouilles, pour les acheter.

Tu-est invité à effectuer un travail individuel, puis en équipe et après en grand groupe. Finalement un retour à une réflexion individuelle comme sera indiqué par l'enseignante.

Ensuite, nous te montrons un modèle qui a fait la compagnie de dalles et aussi la personne qui l'a faite a mis de cercles pour montrer où devraient être placés les citrouilles.

Le directeur est intéressé à calculer le nombre de dalles vertes, le nombre de dalles marronnes, le nombre de citrouilles en accord à chaque figure.

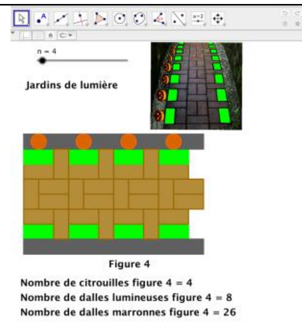
Nous te montrons les deux premières figures et la 5ᵉ.



1. Calculer le nombre de citrouilles de la 3ᵉ figure.
2. As-tu besoin d'un dessin pour calculer les citrouilles de la 4ᵉ figure ?
3. Peux-tu trouver une stratégie pour calculer le nombre de citrouilles de la 5ᵉ figure, sans compter les citrouilles une à une ?
4. Calculer le nombre de dalles lumineuses de la 3ᵉ figure.
5. As-tu besoin d'un dessin pour calculer les dalles lumineuses de la 4ᵉ figure ?
6. Peux-tu trouver une stratégie pour calculer le nombre de dalles lumineuses de la 5ᵉ figure, sans compter les dalles une à une ?
7. Calculer le nombre de dalles marronnes de la 3ᵉ figure.
8. As-tu besoin d'un dessin pour calculer les dalles marronnes de la 4ᵉ figure
9. Peux-tu trouver une stratégie pour calculer le nombre de dalles marronnes de la 5ᵉ figure, sans compter les dalles une à une ?

Page 3. Travail en équipe

10. Analyser le travail de tes compagnons pour trouver différentes stratégies qui te permettant de calculer le nombre de citrouilles, de dalles lumineuses et de dalles marronnes de la 6ᵉ figure. Écrive chacune des stratégies.
11. Une fois que vous avez vos stratégies, et que vous avez décidé qu'elles sont correctes, calculez avec chacune d'elles le nombre de citrouilles, de dalles lumineuses et de dalles marronnes pour la 12ᵉ figure. Quel est votre résultat avec chacune des stratégies que vous avez utilisées ? Est-ce que chacune des stratégies vous a donné le même résultat ?
12. Utilisez l'application GeoGebra pour vérifier si vos stratégies correspondent aux résultats fournis par l'application GeoGebra. Si les résultats ne correspondent pas, recherchez une explication.



13. Une fois que tu as terminé l'étape précédente, fournis à tes compagnons une procédure ou une formule qui vous permet de calculer le nombre de citrouilles, de dalles lumineuses et de dalles marronnes pour n'importe quelle figure en accord à la même forme avant travaillé.

Page 4. Discussion en grand groupe

Discussion de ce qui a été fait dans les premiers étapes. Essaye de comprend les procédures de tes compagnons basé sur l'argumentation et la validation.

Page 5. Travail individuel - Autoréflexion

Un nouveau questionnaire est utilisé par chaque élève pour travailler à la maison. Il s'agit de reconstruire les résultats qui permettent de résoudre l'activité.

Ajouter la question : Si le directeur veut calculer le total de dalles pour chaque figure, peux-tu calculer sans compter le nombre total de dalles pour chaque figure ?

Page 6. Processus d'institutionnalisation mené par l'enseignant(e)

L'enseignant(e) effectue une analyse de la production des étudiants, mettant l'accent sur le processus d'évolution des représentations spontanées des élèves et leur approche des processus algébriques. Enfin, il fournit aux étudiants le processus algébrique en tant que processus de généralisation basé sur les processus numériques des étudiants et en arrivant à une expression algébrique qui permet le calcul direct.

Les nombres triangulaires

Page 1. Les nombres triangulaires

Nom de l'élève :

____

Noms des membres de l'équipe :

____

____

____

Groupe: ____________

Date : _____________

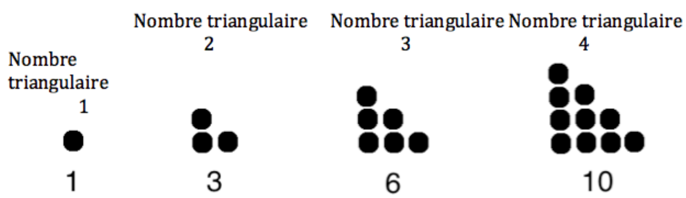
<u>Directives</u> :

- **Pour ce premier travail individuel, utilise un stylo à l'encre noire ou bleue.**
- **Pour le travail d'équipe, si tu modifies ta réponse, utilise un stylo à l'encre rouge.**
- **Après le bilan avec la classe, si tu modifies ta réponse à nouveau, utilise un stylo à l'encre verte.**

Les nombres triangulaires

Page 2. Travail individuel

Il y a très très très longtemps (vers l'an 520 avant JC), un mathématicien du nom de Pythagore fonda une école dans une île dans la Grèce antique. Ses élèves et lui étaient fascinés à la fois par les nombres et par la géométrie. Une de leur découverte consistait à représenter les nombres par des figures géométriques. Par exemple, ils s'aperçurent que certains nombres pouvaient être représentés par des triangles. Ils diront que 1, 3, 6 et 10 sont les quatre premiers nombres triangulaires parce qu'on peut les représenter par des points disposés en triangles comme ci-dessous :



<u>Première activité</u> **(d'abord individuel puis en équipe)**

1. Observe bien ces nombres. Quel est le cinquième nombre triangulaire ? Représente-le. Explique la façon dont tu as procédé.

Page 3.

2. D'après toi comment sont construits ces nombres triangulaires ? Qu'observes-tu ?

3. Quel est le 11$^{\text{ième}}$ nombre triangulaire ? Explique comment tu fais pour le trouver.

4. Tu dois écrire un courriel COURT à un ami pour lui décrire comment procéder pour calculer le nombre triangulaire 83. Décris ce que tu lui écrirais. TU N'AS PAS À FAIRE LES CALCULS !

Page 4.

5. Et pour calculer n'importe quel nombre triangulaire, comment ferait-on (on veut encore ici un message COURT).

Page 5. Travail en équipe

Deuxième activité **(en équipe)**

Utilise les mêmes idées que tu as trouvées précédemment, mais cette fois-ci dans un environnement technologique (EXCEL). Voici ce que tu dois trouver :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Nombres polygonaux						
2	Position	1	2	3	4	5	
3	Triangulaire	1					
4							
5							

Que fais-tu pour trouver le 6$^{\text{ième}}$, 7$^{\text{ième}}$ et 8$^{\text{ième}}$ nombres triangulaires ?
Est-il possible de calculer :

le nombre triangulaire 30 : ___________________________

le nombre triangulaire 83 : ____________________________

le nombre triangulaire 120 : __________________________

Comment as-tu procédé ?

Quelles sont les limitations et les possibilités de cette façon de procéder ?

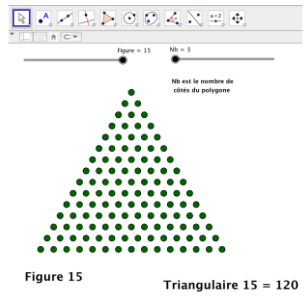
Page

Donne les opérations à faire pour calculer n'importe quel nombre triangulaire.

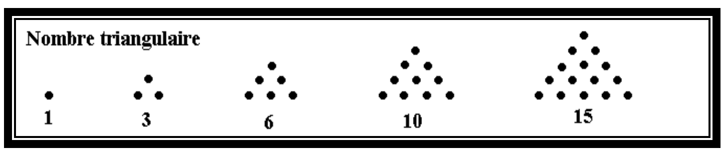
Page 7. Travail en équipe

Troisième activité **(en équipe)**

Utilise l'applet des nombres polygonaux pour cette troisième activité. Tu as juste utiliser les barres de défilement pour visualiser chaque nombre polygonaux désiré et *GeoGebra* va le générer (voir figure).



a) Voici les cinq premiers nombres triangulaires.



Trouve une formule pour calculer la valeur numérique de n'importe quel nombre triangulaire. Tu peux utiliser le logiciel Poly pour t'aider à trouver la formule.

DÉMARCHE (OPÉRATIONS, DESSINS,…)

Écris la règle ou formule que tu as trouvée :

Page 8.

En utilisant ton résultat, calcule les suivantes nombres triangulaires.

Position	Valeur correspondante
Triangulaire 10	
Triangulaire 20	

Avec ta formule, peux-tu calculer le nombre triangulaire 120 ?

Triangulaire 120 = ___________