Colección Matemática Educativa y Tecnología

Responsables: Carlos Cortés y Fernando Hitt

ACTIVIDADES DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN UN MEDIO TECNOLÓGICO

Álvaro Bustos Rubilar

Fernando Hitt

Colección Matemática Educativa y Tecnología

Actividades de modelación matemática en un medio tecnológico

Primera edición: Marzo 2019 (México)

Actividades de modelación matemática en un medio tecnológico

Versión electrónica

Bustos, A. y Hitt, F. (Eds.)

México: Editorial AMIUTEM, 2019

322 p; 23 x 17 cm – (Colección Matemática Educativa y Tecnología)

ISBN: 978-607-98603-1-8

Diseño portada: Claudia Miranda Osornio
Imprime: Morevallado

Impreso en México / Printed in Mexico

Índice

Colección: Matemática Educativa y Tecnología

La Matemática Educativa como disciplina científica investiga sobre el aprendizaje de las matemáticas para revolucionar la enseñanza de las mismas. Desde un punto de vista tecnológico, desde las últimas décadas del siglo XX, la tecnología exhibió, en pantallas de calculadoras y de computadoras, su eficiencia técnica al mostrar en forma dinámica diferentes representaciones de un concepto matemático. Con este hecho, las teorías sobre la construcción de conceptos fundamentadas en la noción de representación se hicieron cada vez más sólidas. Así mismo, la resolución de problemas y el movimiento de la matemática realista de la escuela de Freudenthal impulsó la modelación matemática haciendo uso de tecnología (Blum, Galbraith, Henn & Niss, Eds. 2007, English 2007). Si bien la tecnología es utilizada en la vida diaria de los individuos en forma eficaz, falta mucho para que ello se realice en el aula de matemáticas.

La enseñanza de las matemáticas con tecnología necesitaba de un marco teórico ligado a esta problemática, el trabajo de Rabardel (1995) proporcionó una respuesta para entender cómo funciona el organismo humano frente a un artefacto, desarrollando la noción de génesis instrumental, teoría del aprendizaje adaptada al aprendizaje de las matemáticas por Guin & Trouche (1999). Esta teoría con raíces vygostkianas mostró que la apropiación de artefactos y su transformación en herramienta para la resolución de problemas no es una tarea fácil (Bartolinni Bussi & Mariotti 1999, 2008, Arzarello & Paola 2007).

Conscientes de la importancia de promover la investigación práctica sobre el uso de tecnología en el aula de matemáticas, hemos creado la colección de libros "Matemática Educativa y Tecnología". Cada producto de esta serie estará integrado por dos libros uno que contendrá un acercamiento teórico-practico y el otro será una versión práctica que sirva de apoyo en el aula al profesor de matemáticas. Las obras producidas en el marco de esta colección serán puestas a disposición de los profesores y podrán descargarlos vía Internet.

Editores de la colección

Fernando Hitt Espinosa
José Carlos Cortés Zavala

Referencias

Arzarello, F. & Paola, D. (2007). Semiotic games: the role of the teacher. In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.). Proceedings of the 31st Conference of the International Groupe PME, v. 2, 17-24. Seoul: PME.

Bartolini Bussi, M. and Mariotti, M. (1999). Semiotic mediation: From history to mathematics classroom. *For the Learning of Mathematics* 19(2): 27-35.

Bartolini Bussi M. G., & Mariotti M. A. (2008). Semiotic Mediation in the Mathematics Classroom: Artefacts and Signs after a Vygotskian Perspective, In L. English, M. Bartolini, G. Jones, R. Lesh and D. Tirosh (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*. New Jersey: LEA.

Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. & Niss, M. (Eds. 2007). *Modelling and applications in mathematics education*. The 14th ICMI Study. New York: Springer.

English L. (2015). STEM: challenges and opportunities for mathematics education. In K. Beswick, T. Muir & J. Welles (eds.), *Proceedings of PME39*, v. 1, 3-18. July, 2015, Hobart, Australia.

Guin, D. & Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 3*, 195-227.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments Contemporains*. Armand Colin. HAL: hal-01017462, consulted 5 april 2016.

Prefacio

Al pasar las páginas de este libro detengo mi mirada en los vocablos representación, modelación y problema; me doy cuenta de que son términos centrales que insertos en la presente obra se convierten en construcciones teóricas muy elaboradas. Su enunciación en contextos específicos, enmarcada por las diversas teorías seleccionadas por los autores, los convierte en términos polisémicos cuyos significados podrán ser develados a través de la lectura y el seguimiento de las actividades aquí presentadas.

Hablar de representación (o alguna de sus variantes) no es sólo remitirnos a cualquiera de las catorce acepciones que ofrece el Diccionario de la Real Academia Española (DRAE, 2017), hacerlo involucra necesariamente establecer vínculos con alguna teoría cognitiva, de aprendizaje, de enseñanza o bien con alguna corriente metodológica que sitúa el concepto en un escenario perfectamente delimitado. Así, por ejemplo, Hitt y Quiroz (Capítulo 1, pág. 7) se proponen "iniciar la construcción de elementos teóricos específicos para una teoría sociocultural del aprendizaje, considerando la noción de representación como pilar indispensable", en tanto que, Castro (Capítulo 10, pág. 267) remite exclusivamente a las representaciones gráficas en los albores de su surgimiento, sobre todo por resaltar como referente el trabajo desarrollado por Fermat y Descartes.

Por su parte, Pantoja, Ferreyra y Pantoja (Capítulo 14) emplean el término representación como una imagen que sustituye a la realidad y vincula ésta a otras formas de representación (externas): acercamiento numérico, gráfico o analítico, que puede tener un tópico matemático, interpretación a la que también aluden Soto, Hitt y Quiroz (Capítulo 2, pág. 29) y Cortés, López y Núñez (Capítulo 8, 204).

Parada y Fiallo (Capítulo 6, 144) enuncian que: al "animar el punto P los estudiantes ven, a través de la *filmación*, el comportamiento del punto que representa el volumen en función de la altura". Asimismo, en un pie de gráfica asignan la cualidad de representación a la imagen de una caja sin tapa.

De lo expuesto desprendo que los autores conciben como una representación, en el texto, a una imagen, un punto, una gráfica, una tabla o un procedimiento.

El concepto modelo (o alguna variante) es bastante cercano al de representación, algunos participantes de este texto los emplean como sinónimos, ya sea de forma explícita o implícita.

Vargas-Alejo y Cristobal-Escalante (Capítulo 4, pág. 86) citan a Lesh y Doerr (2003, pág. 10) para ofrecer una definición del segundo de los conceptos mencionados:

> "[Los modelos] son sistemas conceptuales (que consisten de elementos, relaciones y reglas que gobiernan las interacciones) que son expresados mediante el uso de sistemas de notación externa, y que son utilizados para construir, describir, o explicar los comportamientos de otros sistemas –de tal forma que el otro sistema pueda ser manipulado o predicho de manera inteligente".

Más adelante, Vargas-Alejo y Cristobal-Escalante (Capítulo 4, pág. 95 y 96) asignan el nombre de "modelo tabular" y "modelo gráfico" a las producciones numérica y gráfica que resultan de un proceso computacional.

Los términos simulación y modelación guardan entre sí una estrecha relación en el compendio de artículos, por ejemplo, Soto (Capítulo 5) emplea el primer vocablo para referirse a una situación creada con base en los elementos y las relaciones entre éstos, provenientes desde otra situación previamente enunciada. Explicita el autor que la exploración y la observación de la simulación, a la cual llama modelo dinámico, "puede sistematizarse para identificar las variables, las constantes y las relaciones que intervienen en el modelo" (pág. 123).

Passaro, Rodríguez, Saboya y Venant (Capítulo 7); Dávila y Grijalva (Capítulo 8); Del Castillo e Ibarra (Capítulo 9); Zaldívar (Capítulo 10) relacionan la modelación con situaciones problemáticas relativas a fenómenos de variación.

En lo que concierne al concepto problema, Soto, Hitt y Quiroz (Capítulo 2) presentan una reseña de la ruta de la resolución de problemas como núcleo didáctico dentro del aula de matemáticas; algo similar ocurre en Hitt y Quiroz (Capítulo 1), quienes discuten la diferencia entre ejercicio, problema, situación problema, situación de búsqueda y problema de modelación. Desencadenan el recorrido con una formulación propia, la situación de investigación, actividad que proponen para ser utilizada en el marco de la metodología Acodesa (Aprendizaje en Colaboración, Debate científico y Autorreflexión).

Los problemas, representaciones y modelos se encuentran en diversos momentos del desarrollo histórico del conocimiento matemático. Por ejemplo, los llamados tres problemas clásicos: la trisección de un ángulo, la duplicación de un cubo y la cuadratura de un círculo, mantuvieron ocupados, en la búsqueda de su solución, a los estudiosos de la época en que fueron formulados. También, se sabe que el equivalente a "un modelo" fue empleado por Arquímedes para la demostración de teoremas matemáticos, acercamiento que él llama el Método, que consiste en "pesar figuras" para establecer relaciones que validan las afirmaciones que se enuncian; es un modelo mecánico de planteamientos geométricos.

En cuanto a las representaciones, otro hombre de ciencia, Galileo, emplea segmentos rectilíneos y figuras geométricas para explicar gráficamente los razonamientos que sustentan las demostraciones de proposiciones acerca del movimiento de los cuerpos.

Es claro que los tres conceptos comentados: representación, modelo y problema, tienen en la historia un uso distinto al que ocupan en la presente obra. Aquí, se presentan con un andamiaje teórico que les da soporte para su uso en las aulas de matemáticas. Se distinguen planteamientos generales como es La teoría de la actividad de Leontiev (Capítulo 2), La Teoría Socioepistemológica (Capítulo 12) y otras de alcance local: la Teoría de los Registros Semióticos de Representación desarrollada por Duval (Capítulo 7, Capítulo 8), la Perspectiva de Modelos y Modelación (Capítulo 4), el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (Capítulo 6), y, el Paradigma del geómetra-físico (Capítulo 15).

La metodología de enseñanza que se emplea es diversa. La mayoría de los autores de la presente obra: Hitt y Quiroz (Capítulo 1); Soto, Hitt y Quiroz (Capítulo 2); Quiroz, bustos y Hitt (Capítulo 3); Cortés, López y Núñez (Capítulo 8); Da Silveira (Capítulo 10); Pantoja, Ferreyra y Pantoja (Capítulo 14), organizan el desarrollo de sus propuestas de aula con base en las etapas de Acodesa. Resulta interesante la forma en que el autor de la propuesta relaciona el tipo de representación con las diferentes etapas en que se divide el proceso metodológico. También se utilizan otras formas de organización y realización de la secuencia didáctica como es la propuesta de Díaz-Barriga que emplean Soto (Capítulo 5) y del Castillo e Ibarra (Capítulo 11).

Emplear una fotografía como estrategia para relacionar una de las propiedades extensivas de la materia, el volumen, con un concepto matemático, la integral definida, y, con un procedimiento geométrico, la rotación de una superficie que genera la representación de un sólido, es posible realizarlo gracias al avance tecnológico, sobre todo computacional, ocurrido esto en los últimos cincuenta años.

La mayoría de los proyectos de investigación y propuestas didácticas incluidos en el libro utilizan software como herramienta para el desarrollo de las actividades, es preponderante el uso de la aplicación de Matemáticas dinámicas GeoGebra (Capítulos 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 14 y 15). Otros emplean dispositivos de recolección de datos, específicamente sensores de movimiento (Capítulos 7 y 12) y voltaje (Capítulo 7).

En cuanto a los tipos de actividades con software de geometría dinámica, Geeraerts y Tanguay (Capítulo 15) mencionan algunos, entre ellos: a) Editor de figuras, b) Editor de figuras geométricas dinámicas, c) Herramientas de experimentación empírica, y d) Ilustración de los elementos de enseñanza, las explicaciones y los razonamientos dirigidos a los estudiantes. Ulloa (Capítulo 13), por su parte, propone, los "Objetos Para Aprender", como una forma de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con apoyo de tecnología.

Dentro de la obra se distingue, de manera general, que los autores diseñaron sus actividades con la intención de hacer exploraciones sistemáticas guiadas acerca de tópicos específicos de matemáticas, como puede verse más detalladamente en el compendio específico.

La presente obra puede funcionar como un valioso apoyo para estudiantes de posgrado en aspectos relativos a la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, para profesores de las diferentes asignaturas que conforman la disciplina y para investigadores en Matemática Educativa y Educación matemática.

La agradable sensación que en mi ha dejado la lectura de las más de cuatrocientas páginas del texto y el seguimiento de las actividades que componen el libro de actividades concomitante a este volumen me llama a releerlo. Sé que la interpretación será distinta y que la cercanía a los interesantes planteamientos que los autores aportan será cada vez más estrecha.

Esnel Pérez Hernández

Instituto GeoGebra AMIUTEM

10 PROBLEMES D'APPRENTISSAGE DU CALCUL DIFFERENTIEL ET APPORT DE LA METHODE DE FERMAT POUR UNE APPROCHE D'ENSEIGNEMENT PLUS INTUITIVE

Activités du chapitre 10 : Guide pour le professeur

Pedro Rogério Da Silveira Castro[1]

Informations sur l'activité et recommandations pour enseignement
NOM DE L'ACTIVITÉ :
La Méthode de Fermat pour une approche d'enseignement plus intuitive du calcul différentiel.
OBJET DE L'ACTIVITÉ :
Notre objectif c'est de construire chez les étudiants un concept solide du calcul différentiel, englobant les aspects intuitifs, les aspects historiques, les aspects algébriques et les aspects géométriques.
DEGRÉ ACADÉMIQUE SUSCEPTIBLE D'ÊTRE MIS EN ŒUVRE :
Cette activité est destinée aux étudiants de la première année universitaire ou collégiale.
CONTENU MATHÉMATIQUE ADRESSÉ :
Introduction au calcul différentiel, les points extremum des fonctions (maximale et minimale) et introduction au concept de la dérivée.
DURÉE APPROXIMATIVE :
Pour chaque activité c'est estimé une durée de 50 minutes.
MATÉRIAUX NÉCESSAIRES :
Papier, crayon, calculatrice et le logiciel GeoGebra.
RECOMMANDATIONS POUR L'ENSEIGNANT :
D'abord c'est recommandé un travail individuel d'investigation ensuite indiqué la formation d'équipes de trois étudiants pour la continuation de l'investigation et en définitive la discussion globale en grand groupe. Une étape d'autoréflexion (retour individuel à la situation), et finalement l'étape d'institutionnalisation, de parte du professeur, du concept mathématique envisagé (voir méthode ACODESA dans le chapitre 1 du livre).
Nous allons proposer 4 activités dans lesquelles le degré de difficultés va augmenter peu à peu. L'objectif c'est de familiariser l'étudiant à la modélisation mathématique et l'utilisation de la méthode de Fermat pour trouver les points extremums d'une fonction mathématique.
Pour les deux premières activités, les objectifs sont d'introduire chez les étudiants l'utilisation de la méthode de Fermat pour trouver les points de maximum ou de minimum d'une fonction et de

[1] Université du Québec à Montréal (UQAM) – Canada – pedrorscastro@gmail.com

montrer l'efficacité de la méthode dans la résolution de situations problèmes. Tandis que pour les deux dernières activités, nous allons remplir les objectifs envisagés dans les deux premières activités et aussi contextualiser le concept de la dérivée dans des situations de la vie quotidienne.

De plus, nous croyons que montrer les applications de la dérivée est possible et intéressant. Ceci va contribuer à la conscientisation de l'importance du calcul différentiel et peut impulser les étudiants à aller plus loin dans le sens afin de construire un apprentissage significatif.

Ainsi, les situations problème que nous proposons dans les situations problème 3 et 4 s'appuient sur une conscientisation de l'environnement, car aujourd'hui nous voyons que le gaspillage de matériel pour la fabrication de produits industrialisés prend de plus en plus d'ampleur. Face à ce constat, on peut se poser la question si les formes des emballages qui existent dans nos supermarchés sont convenables pour l'environnement. À l'aide des mathématiques est-il possible de susciter une réflexion sur ces formes dans le but d'améliorer notre contexte environnemental ?

Le format proposé est bien détaillé dans la SP1 (Situation problème 1, et il est suggéré de le suivre sur les autres situations problèmes suivantes, car les étapes pour la construction de l'activité sont les mêmes.

Remarque : Les fichiers *GeoGebra* de toutes les situations problèmes sont disponibles.

A) À la recherche de l'optimisation – situation-problème 1 :

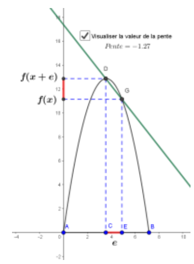
En utilisant la méthode de Fermat présentée auparavant, essaye de répondre la question suivante :

De tous les rectangles ayant 60 cm de périmètre, laquelle a l'aire maximale ?

Remarque pour l'enseignant : Cette première activité semble être très simple et elle l'est en effet. Par contre, notre choix c'est de commencer la modélisation mathématique chez les étudiants de façon solide et pour ce faire nous allons débuter pour les cas plus simples et peu à peu, encourageant graduellement nous allons amener les étudiants aux cas plus complexes où les connaissances mathématiques devront émerger naturellement. De cette manière, nous croyons l'apprentissage mathématique sera plus intéressant et stimulant.

« Une étincelle suffit, si le combustible est beau, le feu apparaitra »

Pedro Castro

Page 1. À la recherche de l’optimisation	
Prénom de l’étudiant : ____________ Nom des membres de l’équipe : ____________ ____________ ____________ Groupe : ____________ Date : ____________	Instructions : • Pour la première activité individuelle, utilisez un stylo bleu. • Pour un travail d’équipe, si vous modifiez votre réponse, utilisez un stylo rouge. • En groupe, si vous modifiez à nouveau votre réponse, utilisez un stylo vert. 

Page 2

En utilisant la méthode de Fermat présentée auparavant, essaye de répondre la question suivante :

De tous les rectangles ayant 60 cm de périmètre, laquelle a l’aire maximale ?

Page 3 Réflexion individuelle

Dans cette section, l'étudiant est autorisé à exprimer individuellement ses idées initiales (représentations fonctionnelles spontanées) sur la situation présentée. On s'attend à une première approche de la situation et à un processus de réflexion avant la discussion entre l'équipe. Il est possible que les élèves initient avec une approche de modélisation mathématique.

Il est possible d'ajouter dans cette section des directives ou des suggestions qui soutiennent la formulation des approches des étudiants. Par exemple, l'utilisation des instruments de mesure, l’utilisation du logiciel GeoGebra pour faire les premières investigations, entre autres.

Dans cette étape est attendu que les étudiants comprendre bien la situation proposée et encore qu’ils soient capables de trouver la fonction mathématique qui modélise le problème.

Page 4. Discussion par équipe

En équipes de trois participants, les élèves discuteront des stratégies utilisées et compareront les différentes procédures ainsi que les réponses obtenues. Dans cette section, il est possible que plus d'une idée centrale apparaisse dans l'équipement et qu'il soit important de l'écrire.

Au cours de la discussion, les étudiants pourront utiliser la technologie pour vérifier leurs réponses ou générer des idées qui répondent à leurs questions. Parmi eux, l'utilisation de *GeoGebra* peut être introduite dans cette section.

Dans cette page devrait être soulevé quelques lignes directrices de discussion dans l'équipement pour une plus grande réflexion.

Pour cette première activité, la fonction qui modélise le problème est la fonction quadratique dont les connaissances préalables chez les étudiants pourront apparaître, telles comme la formule pour trouver le sommet de la représentation du polynôme de 2e degré, ce qui est intéressant à valoriser. Par contre, la question posée demande d'utiliser la méthode de Fermat pour répondre la question, donc c'est attendu que les étudiants qui n'ont pas utilisé la méthode enseignée par Fermat reviennent à la situation du début pour confronter leurs résultats et utiliser la méthode enseignée pour répondre la question proposée.

Page 5. Discussion en groupe

Chaque équipe choisit un représentant pour expliquer au groupe les idées discutées au sein de l'équipe. L'enseignant cherche à poser des questions qui motivent une discussion sur les réponses trouvées. Dans cette section, les étudiants peuvent écrire ou enregistrer des idées d'autres équipes et les intégrer à leurs procédures.

Page 6. Autoréflexion

L'autoréflexion est une partie de l'activité à laquelle on répond à la maison (tâche) ou en quelques jours après l'application de l'activité. Son objectif est de permettre à l'étudiant de reproduire les procédures choisies comme il convient par le groupe pour résoudre le problème de recherche. Il est possible de proposer des activités similaires à celles proposées lors de la réflexion individuelle.

Comme suggestion d'activité nous proposerons aux étudiants de généraliser la situation problème :

De tous les rectangles ayant le périmètre fixé $\boldsymbol{m}$, laquelle a l'aire maximale ?

Remarque : Il est attendu dans cette proposition que les étudiants concluent que de tous les rectangles ayant le périmètre fixé $\boldsymbol{m}$, lequel est celui qui a l'aire maximale, c'est bien le carré

B) À la recherche de l'optimisation - Situation problème 2 :

En utilisant la méthode de Fermat présentée auparavant, essaye de répondre à la question suivante :

De tous les rectangles ayant $4m^2$ d'aire, lequel a le périmètre minimal ?

Comme suggestion d'activité nous proposerons aux étudiants de généraliser la situation problème :

De tous les rectangles ayant l'aire fixé $\boldsymbol{A}$, lequel a le périmètre minimal ?

De la même manière à la situation 1, nous cherchons la fonction qui modélise le problème. Par la suite, nous sommes intéresses à trouver le point optimal que répondre la question proposée. Par contre dans cette proposition la fonction qui modélise le problème n'est pas une fonction triviale comme la fonction quadratique présentée dans la situation-problème 1 et pourtant nous provoquerons l'étudiant, car leurs connaissances préalables, telles comme la formule pour trouver le sommet de la courbe liée à la fonction ne rentrent pas dans la solution. Notamment, nous croyons que les situations de provocations comme ceci c'est une manière efficace de stimuler l'apprentissage.

C) À la recherche de l'optimisation - Situation problème 3 :

En utilisant la méthode de Fermat présentée auparavant, essaye de répondre à la question suivante :

Étant donnée une feuille de papier carton en format rectangulaire ayant comme mesures de côtes de 8 dm sur 5 dm, il est demandé de construire une boite avec couvercle en format de prisme droit à base rectangulaire de telle sorte que la capacité (le volume) obtenue soit maximale.

Pour cette activité, nous suggérons que chaque étudiant amène une vraie boite prismatique. Cette activité a comme but de trouver la solution à partir d'une situation plus proche de la quotidienne des étudiants et pourtant nous rentrerons dans des situations reliées à des situations concrètes, dans des situations de modélisation mathématique qui ont le caractère fonctionnel attachée à la vie.

Remarque pour l'enseignant : Dans cette situation c'est possible que les étudiants demandent si les rabats vont couvrir toute la boite ou si la couverture sera au milieu d'un rabat.

Pour élucider cette activité, voir les figures :

Tout d'abord, nous suggérons que chaque étudiant démantèle sa propre boite pour regarder le patron formé clairement. Ensuite vient l'étape de modélisation de la situation et enfin vient l'étape de la résolution de la situation.

D) À la recherche du point optimal - Situation problème 4 :

En utilisant la méthode de Fermat présentée auparavant, essaye de répondre la question suivante :

De toutes les boîtes cylindriques avec un volume de 300 cm^3, lequel est celle qui a l'aire totale minimale ?

De la même manière à des situations proposées auparavant, nous cherchons la fonction qui modélise le problème ensuite nous sommes intéresse le point optimal qui répondre la question proposée. Par contre dans cette proposition la fonction qui modélise le problème n'est pas une fonction triviale encore et les manipulations algébriques un peu plus complexes seraient nécessaires.

Pour cette activité, nous suggérons que chaque étudiant amène une vraie boite cylindrique. Cette activité a comme but relier les mathématiques à partir d'une situation plus proche de la quotidienne des étudiants et pourtant nous rentrerons dans des situations reliées à des situations concrètes, dans des situations de modélisation mathématique qui ont le caractère fonctionnel attachée à la vie de tous les jours.

Le point intéressant dans cette situation est le fait que la plupart des boites cylindriques trouvées dans des supermarchés n'ont pas le format idéal et pourtant ne sont pas convenables pour l'environnement. Par conséquent, il est susceptible de demander si avec l'aide des mathématiques il est possible d'améliorer l'environnement.

Évidemment, il faut souligner que pour une consultation complète sur les formats des emballages, c'est nécessaire de considérer les autres contraintes telles comme le palet impliqué dans la situation, le camion et le dépôt où la boite sera gardée et même le produit qui sera déposé sur la boite. Également il y a encore les autres contraintes reliées à la publicité et à l'ergonomie du produit, par exemple.

Néanmoins, il est passible le questionnement sur le format de certains emballages tels comme des emballages pour du maïs ou les autres grains qui n'ont aucune préoccupation avec l'ergonomie ou à la publicité et quand même nous voyons que le gaspillage de matériel est évident.

Exemple de résolution des situations problèmes proposées

Pour clarifier nous donnons à titre d'exemple la résolution de l'activé 4.

SP 4 : De toutes les boîtes cylindriques avec un volume de 300 cm^3, quelle est celle qui a l'aire totale minimale ?

Étape 1 : Prise de données et modèle mathématique

Soit *r* le rayon de la boite cylindrique et *h* leur hauteur, nous voulons déterminer les valeurs de *r* et *h* de telle façon que l'aire totale soit minimale.

Étape 2 : Trouver les équations

$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$ (Aire latérale + Aire de la base) et

$V = \pi r^2 h$

$V = \pi r^2 h = 300; \;\; h \; et \; r > 0.$

Alors, $h = \frac{300}{\pi r^2}$ et $A = 2\pi r.\frac{300}{\pi r^2} + 2\pi r^2$. Donc, $A(r) = \frac{600}{r} + 2\pi r^2$

$$A = 2\pi r.\frac{300}{\pi r^2} + 2\pi r^2$$

$$A(r) = \frac{600}{r} + 2\pi r^2$$

En utilisant la méthode de Fermat pour trouver les extremums d'une fonction viennent :

$$A(r) = \frac{600}{r} + 2\pi r^2$$

$A(r+e) = \dfrac{600}{r+e} + 2\pi r^2 + 4\pi re + 2\pi e^2$

$Il\ doit\ ad\acute{e}gal\acute{e}$ $A(r)$ à $A(r+e)$

$\dfrac{600}{r} + 2\pi r^2 \sim \dfrac{600}{r+e} + 2\pi r^2 + 4\pi re + 2\pi e^2$

En suprimant les termes communs:

$\dfrac{600}{r} \sim \dfrac{600}{r+e} + 2\pi e^2 + 4\pi re$

En divisant tous les termes par e :

$\dfrac{600}{r(r+e)} \sim 4\pi r + 2\pi e$

$Suprimez\ e$:

$\frac{600}{r^2} \sim 4\pi r \rightarrow r^3 = \frac{150}{\pi} \cong 3{,}628\ cm$

Comme nous cherchons l'aire minimale, le point qui nous intéresse, est bien $r \cong 3{,}628\ cm$.

En substituant r ≈ 3,628 cm dans la fonction A, nous trouverons la valeur minimale qui est égale à $248{,}08\ cm^2$.

$$A(r) = \frac{600}{r} + 2\pi r^2$$

$$A(r) = \frac{600}{3{,}628} + 2\pi(3{,}628)^2 = 248{,}08\ cm^2$$

La représentation graphique de la situation problème :

Cet exercice nous révèle que le format optimal pour une boite cylindrique sera laquelle dont la hauteur de la boite cylindrique est égale au diamètre de la base. Celui c'est un résultat classique du calcul différentiel qui illustre bien le pouvoir de cette discipline si crucial pour les mathématiques.