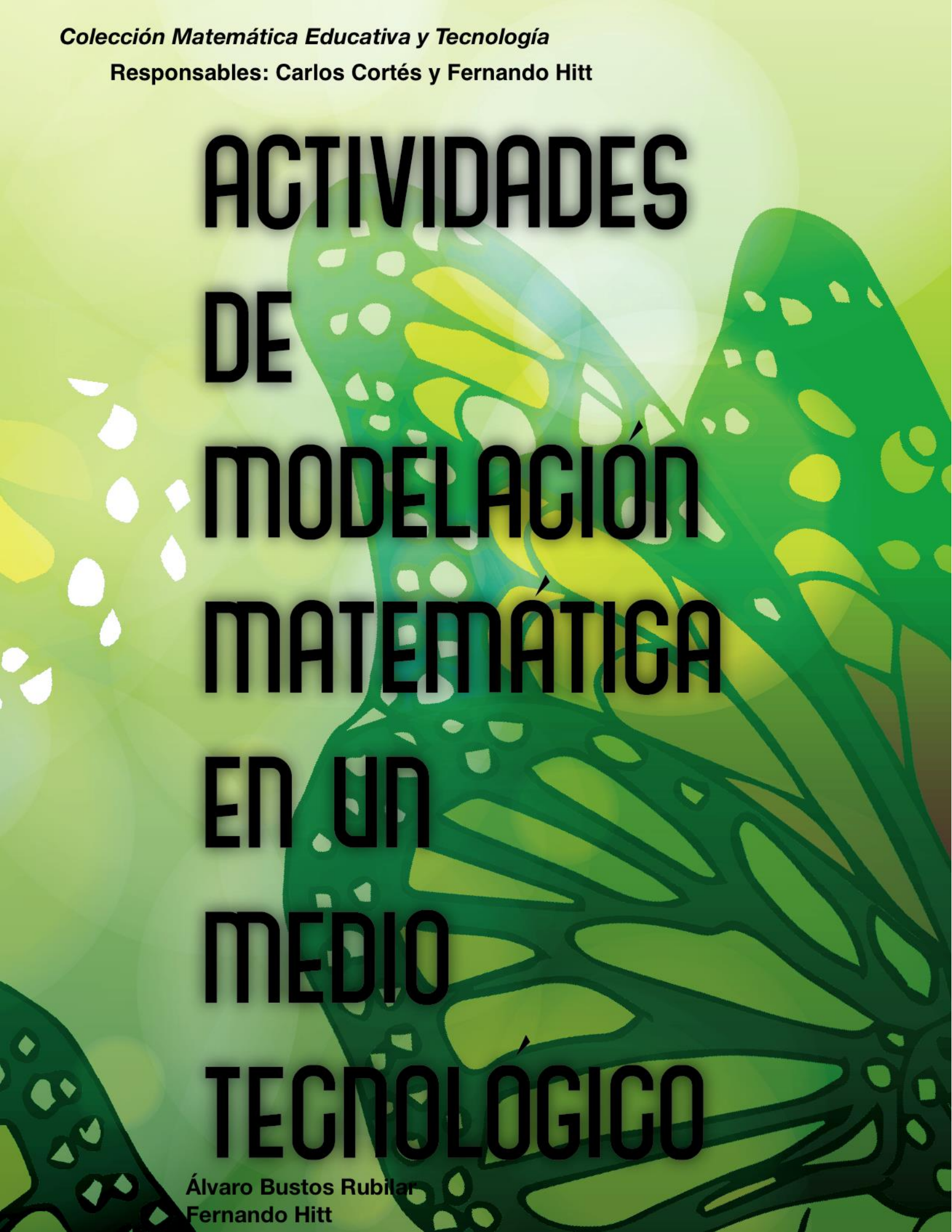


Colección Matemática Educativa y Tecnología

Responsables: Carlos Cortés y Fernando Hitt



ACTIVIDADES DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN UN MEDIO TECNOLOGICO

Álvaro Bustos Rubilar
Fernando Hitt

Colección Matemática Educativa y Tecnología

***Actividades de modelación matemática
en un medio tecnológico***

Comité editorial (versión electrónica)

Álvaro Bustos Rubilar

Fernando Hitt

Editores de la colección Matemática Educativa y Tecnología
José Carlos Cortés Zavala
Fernando Hitt

**Comité Editorial del libro: Actividades de modelación matemática en un
medio tecnológico (versión electrónica)**

Álvaro Bustos Rubilar

Universidad de Valparaíso

Fernando Hitt

Université du Québec à Montréal

Primera edición: Marzo 2019 (México)

Actividades de modelación matemática en un medio tecnológico

Versión electrónica

Bustos, A. y Hitt, F. (Eds.)

México: Editorial AMIUTEM, 2019

322 p; 23 x 17 cm – (Colección Matemática Educativa y Tecnología)

ISBN: 978-607-98603-1-8

Diseño portada: Claudia Miranda Osornio

Imprime: Morevallado

Impreso en México / Printed in Mexico

© 2019

© **CC-BY-NC-ND**

Índice

Prefacio y actividades por capítulo	Página
Prefacio	v
Capítulo 1. La enseñanza de las matemáticas en un medio sociocultural y tecnológico	
Diseño de actividades: <i>Fernando Hitt Espinosa, Mireille Saboya, Samantha Quiroz Rivera, Álvaro Bustos Rubilar y Zita Antun</i>	1
Remarque. Activités en espagnol et français.	25
Capítulo 2. Distinción entre ejercicio, problema y situación problema en un medio tecnológico y ejemplos en diferentes niveles educativos	
Diseño de actividades: <i>José Luis Soto Munguía, Fernando Hitt Espinosa y Samantha Quiroz Rivera</i>	43
Capítulo 3. El aprendizaje de las matemáticas en un medio sociocultural y tecnológico	
Diseño de actividades: <i>Samantha Quiroz Rivera, Fernando Hitt Espinosa, Álvaro Bustos Rubilar, Mireille Saboya y Zita Antun</i>	57
Capítulo 4. Entendimiento de postulados básicos de la perspectiva de modelos y modelación por profesores en formación	
Diseño de actividades: <i>Verónica Vargas Alejo y César Cristóbal Escalante</i>	63
Capítulo 5. La inclusión de GeoGebra en el diseño de secuencias didácticas en matemáticas	
Diseño de actividades: <i>José Luis Soto Munguía</i>	73
Capítulo 6. Proceso de representación del cambio y la variación: exploraciones digitales	
Diseño de actividades: <i>Sandra Evelyn Parada Rico, Jorge Enrique Fiallo Leal y Nelson Javier Rueda</i>	81
Capítulo 7. Utilización de sensores CBR2 para el estudio de situaciones funcionales a nivel secundaria y universitario	
Diseño de actividades: <i>Valériane Passaro, Ruth Rodríguez Gallegos, Mireille Saboya y Fabienne Venant</i>	85
Remarque. Activités en espagnol et français.	99
Capítulo 8. Actividades de aprendizaje para entender el concepto de función Derivada y Función integral a través de las razones de diferencias y las acumulaciones	
Diseño de actividades: <i>José Carlos Cortés Zavala, Lilia López Vera y Eréndira Núñez Palenius</i>	113

Capítulo 9. Variación lineal y movimiento: de la experiencia corporizada a los significados institucionales	
Diseño de actividades: <i>María Teresa Dávila y Agustín Grijalva Monteverde</i>	159
Capítulo 10. Problèmes d'apprentissage du calcul différentiel et apport de la méthode de Fermat pour une approche d'enseignement plus intuitive	
Diseño de actividades: <i>Pedro Rogério Da Silveira Castro</i>	167
Remarque. Activités en français.	
Capítulo 11. La ecuación lineal con dos variables: una propuesta para su aprendizaje en la escuela secundaria mexicana	
Diseño de actividades: <i>Ana Guadalupe del Castillo y Silvia E. Ibarra Olmos</i>	175
Capítulo 12. Tecnología y usos de las gráficas: una experiencia de modelación del movimiento con estudiantes de bachillerato	
Diseño de actividades: <i>José David Zaldívar Rojas</i>	197
Capítulo 13. Una forma de enseñanza y aprendizaje: Objetos Para Aprender	201
Diseño de actividades: <i>Ricardo Ulloa Azpeitia</i>	
Capítulo 14. Secuencia didáctica para el cálculo del volumen por el método de sólidos de revolución: el caso de recipientes y sandía	
Diseño de actividades: <i>Rafael Pantoja Rangel, Rosaura Ferreyra Olvera y Rafael Pantoja González</i>	203
Capítulo 15. Geogebra comme outil d'exploration en enseignement de la géométrie	
Diseño de actividades: <i>Loïc Geeraerts y Denis Tanguay</i>	
Remarque. Activités en français.	205

Colección: Matemática Educativa y Tecnología

La Matemática Educativa como disciplina científica investiga sobre el aprendizaje de las matemáticas para revolucionar la enseñanza de las mismas. Desde un punto de vista tecnológico, desde las últimas décadas del siglo XX, la tecnología exhibió, en pantallas de calculadoras y de computadoras, su eficiencia técnica al mostrar en forma dinámica diferentes representaciones de un concepto matemático. Con este hecho, las teorías sobre la construcción de conceptos fundamentadas en la noción de representación se hicieron cada vez más sólidas. Así mismo, la resolución de problemas y el movimiento de la matemática realista de la escuela de Freudenthal impulsó la modelación matemática haciendo uso de tecnología (Blum, Galbraith, Henn & Niss, Eds. 2007, English 2007). Si bien la tecnología es utilizada en la vida diaria de los individuos en forma eficaz, falta mucho para que ello se realice en el aula de matemáticas.

La enseñanza de las matemáticas con tecnología necesitaba de un marco teórico ligado a esta problemática, el trabajo de Rabardel (1995) proporcionó una respuesta para entender cómo funciona el organismo humano frente a un artefacto, desarrollando la noción de génesis instrumental, teoría del aprendizaje adaptada al aprendizaje de las matemáticas por Guin & Trouche (1999). Esta teoría con raíces vygostkianas mostró que la apropiación de artefactos y su transformación en herramienta para la resolución de problemas no es una tarea fácil (Bartolini Bussi & Mariotti 1999, 2008, Arzarello & Paola 2007).

Conscientes de la importancia de promover la investigación práctica sobre el uso de tecnología en el aula de matemáticas, hemos creado la colección de libros “Matemática Educativa y Tecnología”. Cada producto de esta serie estará integrado por dos libros uno que contendrá un acercamiento teórico-práctico y el otro será una versión práctica que sirva de apoyo en el aula al profesor de matemáticas. Las obras producidas en el marco de esta colección serán puestas a disposición de los profesores y podrán descargarlos vía Internet.

Editores de la colección

Fernando Hitt Espinosa
José Carlos Cortés Zavala

Referencias

- Arzarello, F. & Paola, D. (2007). Semiotic games: the role of the teacher. In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.). *Proceedings of the 31st Conference of the International Group PME*, v. 2, 17-24. Seoul: PME.
- Bartolini Bussi, M. and Mariotti, M. (1999). Semiotic mediation: From history to mathematics classroom. *For the Learning of Mathematics* 19(2): 27-35.
- Bartolini Bussi M. G., & Mariotti M. A. (2008). Semiotic Mediation in the Mathematics Classroom: Artefacts and Signs after a Vygotskian Perspective, In L. English, M. Bartolini, G. Jones, R. Lesh and D. Tirosh (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*. New Jersey: LEA.
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. & Niss, M. (Eds. 2007). *Modelling and applications in mathematics education*. The 14th ICMI Study. New York: Springer.
- English L. (2015). STEM: challenges and opportunities for mathematics education. In K. Beswick, T. Muir & J. Welles (eds.), *Proceedings of PME39*, v. 1, 3-18. July, 2015, Hobart, Australia.
- Guin, D. & Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3, 195-227.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments Contemporains*. Armand Colin. HAL: hal-01017462, consulted 5 april 2016.

Prefacio

Al pasar las páginas de este libro detengo mi mirada en los vocablos representación, modelación y problema; me doy cuenta de que son términos centrales que insertos en la presente obra se convierten en construcciones teóricas muy elaboradas. Su enunciación en contextos específicos, enmarcada por las diversas teorías seleccionadas por los autores, los convierte en términos polisémicos cuyos significados podrán ser develados a través de la lectura y el seguimiento de las actividades aquí presentadas.

Hablar de representación (o alguna de sus variantes) no es sólo remitirnos a cualquiera de las catorce acepciones que ofrece el Diccionario de la Real Academia Española (DRAE, 2017), hacerlo involucra necesariamente establecer vínculos con alguna teoría cognitiva, de aprendizaje, de enseñanza o bien con alguna corriente metodológica que sitúa el concepto en un escenario perfectamente delimitado. Así, por ejemplo, Hitt y Quiroz (Capítulo 1, pág. 7) se proponen “iniciar la construcción de elementos teóricos específicos para una teoría sociocultural del aprendizaje, considerando la noción de representación como pilar indispensable”, en tanto que, Castro (Capítulo 10, pág. 267) remite exclusivamente a las representaciones gráficas en los albores de su surgimiento, sobre todo por resaltar como referente el trabajo desarrollado por Fermat y Descartes.

Por su parte, Pantoja, Ferreyra y Pantoja (Capítulo 14) emplean el término representación como una imagen que sustituye a la realidad y vincula ésta a otras formas de representación (externas): acercamiento numérico, gráfico o analítico, que puede tener un tópico matemático, interpretación a la que también aluden Soto, Hitt y Quiroz (Capítulo 2, pág. 29) y Cortés, López y Núñez (Capítulo 8, 204).

Parada y Fiallo (Capítulo 6, 144) enuncian que: al “animar el punto P los estudiantes ven, a través de la *filmación*, el comportamiento del punto que representa el volumen en función de la altura”. Asimismo, en un pie de gráfica asignan la cualidad de representación a la imagen de una caja sin tapa.

De lo expuesto desprendo que los autores conciben como una representación, en el texto, a una imagen, un punto, una gráfica, una tabla o un procedimiento.

El concepto modelo (o alguna variante) es bastante cercano al de representación, algunos participantes de este texto los emplean como sinónimos, ya sea de forma explícita o implícita.

Vargas-Alejo y Cristobal-Escalante (Capítulo 4, pág. 86) citan a Lesh y Doerr (2003, pág. 10) para ofrecer una definición del segundo de los conceptos mencionados:

“[Los modelos] son sistemas conceptuales (que consisten de elementos, relaciones y reglas que gobiernan las interacciones) que son expresados mediante el uso de sistemas de notación externa, y que son utilizados para construir, describir, o explicar los comportamientos de otros sistemas –de tal forma que el otro sistema pueda ser manipulado o predicho de manera inteligente”.

Más adelante, Vargas-Alejo y Cristobal-Escalante (Capítulo 4, pág. 95 y 96) asignan el nombre de “modelo tabular” y “modelo gráfico” a las producciones numérica y gráfica que resultan de un proceso computacional.

Los términos simulación y modelación guardan entre sí una estrecha relación en el compendio de artículos, por ejemplo, Soto (Capítulo 5) emplea el primer vocablo para referirse a una situación creada con base en los elementos y las relaciones entre éstos, provenientes desde otra situación previamente enunciada. Explicita el autor que la exploración y la observación de la simulación, a la cual llama modelo dinámico, “puede sistematizarse para identificar las variables, las constantes y las relaciones que intervienen en el modelo” (pág. 123).

Passaro, Rodríguez, Saboya y Venant (Capítulo 7); Dávila y Grijalva (Capítulo 8); Del Castillo e Ibarra (Capítulo 9); Zaldívar (Capítulo 10) relacionan la modelación con situaciones problemáticas relativas a fenómenos de variación.

En lo que concierne al concepto problema, Soto, Hitt y Quiroz (Capítulo 2) presentan una reseña de la ruta de la resolución de problemas como núcleo didáctico dentro del aula de matemáticas; algo similar ocurre en Hitt y Quiroz (Capítulo 1), quienes discuten la diferencia entre ejercicio, problema, situación problema, situación de búsqueda y problema de modelación. Desencadenan el recorrido con una formulación propia, la situación de investigación, actividad que proponen para ser utilizada en el marco de la metodología Acodesa (Aprendizaje en Colaboración, Debate científico y Autorreflexión).

Los problemas, representaciones y modelos se encuentran en diversos momentos del desarrollo histórico del conocimiento matemático. Por ejemplo, los llamados tres problemas clásicos: la trisección de un ángulo, la duplicación de un cubo y la cuadratura de un círculo, mantuvieron ocupados, en la búsqueda de su solución, a los estudiosos de la época en que fueron formulados. También, se sabe que el equivalente a “un modelo” fue empleado por Arquímedes para la demostración de teoremas matemáticos, acercamiento que él llama el Método, que consiste en “pesar figuras” para establecer relaciones que validan las afirmaciones que se enuncian; es un modelo mecánico de planteamientos geométricos.

En cuanto a las representaciones, otro hombre de ciencia, Galileo, emplea segmentos rectilíneos y figuras geométricas para explicar gráficamente los razonamientos que sustentan las demostraciones de proposiciones acerca del movimiento de los cuerpos.

Es claro que los tres conceptos comentados: representación, modelo y problema, tienen en la historia un uso distinto al que ocupan en la presente obra. Aquí, se presentan con un andamiaje teórico que les da soporte para su uso en las aulas de matemáticas. Se distinguen planteamientos generales como es La teoría de la actividad de Leontiev (Capítulo 2), La Teoría Socioepistemológica (Capítulo 12) y otras de alcance local: la Teoría de los Registros Semióticos de Representación desarrollada por Duval (Capítulo 7, Capítulo 8), la Perspectiva de Modelos y Modelación (Capítulo 4), el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (Capítulo 6), y, el Paradigma del geómetra-físico (Capítulo 15).

La metodología de enseñanza que se emplea es diversa. La mayoría de los autores de la presente obra: Hitt y Quiroz (Capítulo 1); Soto, Hitt y Quiroz (Capítulo 2); Quiroz, bustos y Hitt (Capítulo 3); Cortés, López y Núñez (Capítulo 8); Da Silveira (Capítulo 10); Pantoja, Ferreyra y Pantoja (Capítulo 14), organizan el desarrollo de sus propuestas de aula con base en las etapas de Acodesa. Resulta interesante la forma en que el autor de la propuesta relaciona el tipo de representación con las diferentes etapas en que se divide el proceso metodológico. También se utilizan otras formas de organización y realización de la secuencia didáctica como es la propuesta de Díaz-Barriga que emplean Soto (Capítulo 5) y del Castillo e Ibarra (Capítulo 11).

Emplear una fotografía como estrategia para relacionar una de las propiedades extensivas de la materia, el volumen, con un concepto matemático, la integral definida, y, con un procedimiento geométrico, la rotación de una superficie que genera la representación de un sólido, es posible realizarlo gracias al avance tecnológico, sobre todo computacional, ocurrido esto en los últimos cincuenta años.

La mayoría de los proyectos de investigación y propuestas didácticas incluidos en el libro utilizan software como herramienta para el desarrollo de las actividades, es preponderante el uso de la aplicación de Matemáticas dinámicas GeoGebra (Capítulos 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 14 y 15). Otros emplean dispositivos de recolección de datos, específicamente sensores de movimiento (Capítulos 7 y 12) y voltaje (Capítulo 7).

En cuanto a los tipos de actividades con software de geometría dinámica, Geeraerts y Tanguay (Capítulo 15) mencionan algunos, entre ellos: a) Editor de figuras, b) Editor de figuras geométricas dinámicas, c) Herramientas de experimentación empírica, y d) Ilustración de los elementos de enseñanza, las explicaciones y los razonamientos dirigidos a los estudiantes. Ulloa (Capítulo 13), por su parte, propone, los “Objetos Para Aprender”, como una forma de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con apoyo de tecnología.

Dentro de la obra se distingue, de manera general, que los autores diseñaron sus actividades con la intención de hacer exploraciones sistemáticas guiadas acerca de tópicos específicos de matemáticas, como puede verse más detalladamente en el compendio específico.

La presente obra puede funcionar como un valioso apoyo para estudiantes de posgrado en aspectos relativos a la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, para profesores de las diferentes asignaturas que conforman la disciplina y para investigadores en Matemática Educativa y Educación matemática.

La agradable sensación que en mi ha dejado la lectura de las más de cuatrocientas páginas del texto y el seguimiento de las actividades que componen el libro de actividades concomitante a este volumen me llama a releerlo. Sé que la interpretación será distinta y que la cercanía a los interesantes planteamientos que los autores aportan será cada vez más estrecha.

Esnel Pérez Hernández

Instituto GeoGebra AMIUTEM

9 VARIACIÓN LINEAL Y MOVIMIENTO: DE LA EXPERIENCIA CORPORIZADA A LOS SIGNIFICADOS INSTITUCIONALES

Actividades capítulo 9: Guía para el profesor

María Teresa Dávila Araiza¹, Agustín Grijalva Monteverde²

INFORMACIÓN GENERAL Y RECOMENDACIONES AL DOCENTE

NOMBRE DE LA SECUENCIA DE ACTIVIDADES: *Variación lineal y movimiento*.

PROPÓSITO DE LA SECUENCIA: Que los estudiantes comprendan la función lineal como un modelo de la variación lineal entre posición y tiempo (co-variación directamente proporcional), cuando el movimiento es rectilíneo y de velocidad constante. También se pretende que el estudiante aplique lo aprendido al contexto de llenado de recipientes.

GRADO ACADÉMICO DONDE SE PUEDE IMPLEMENTAR: Primer semestre de bachillerato (estudiantes de 15 a 16 años).

CONTENIDOS MATEMÁTICOS ABORDADOS: proporcionalidad, variación lineal y función lineal, en sus representaciones gráfica, numérica y algebraica.

TOTAL DE ACTIVIDADES Y DURACIÓN APROXIMADA: 8 actividades, para realizarse en un total de 5 sesiones de 50 minutos cada una, aproximadamente.

MATERIALES NECESARIOS: Hojas de trabajo para cada estudiante, una computadora con GeoGebra para cada equipo de estudiantes y proyector. Además, hojas de papel, plumón negro y cinta para construir una recta numérica en el piso del salón.

RECOMENDACIONES PARA EL DOCENTE: Antes de iniciar la Actividad 1:

- 1) Se construye la recta numérica en el piso del salón, tomando como origen una línea de referencia y como unidad de medida la longitud de un cuadro del piso.
- 2) Los estudiantes se deben familiarizar con la noción de posición como ubicación en la recta numérica, a cierta cantidad de cuadros detrás (para posición negativa) o delante (para posición positiva) de la línea de referencia. La Figura 1 ilustra la recta numérica y dos estudiantes E1 y E2 ubicados en la posición -2 y 3 respectivamente.

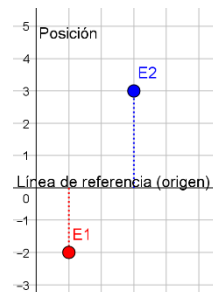


Figura 1. Recta numérica

La Actividad 1 parte de observar el movimiento de dos estudiantes que caminan en línea recta a velocidad constante, pero distinta entre sí. Para ello, el profesor pide la participación de dos estudiantes y, sin que el resto del grupo escuche, les da las instrucciones siguientes:

¹ Universidad de Sonora, México. tere.davila.araiza@gmail.com

² Universidad de Sonora, México. gutygri1@gmail.com

- El primer estudiante (E1) avanzará 2 cuadros cada segundo desde el origen.
- El otro estudiante (E2) avanzará 1.5 cuadros cada segundo desde la posición 3.

Los estudiantes voluntarios avanzarán simultáneamente durante 5 segundos, mientras que el profesor cuenta en voz alta cada segundo. Puede ser necesario actuar el movimiento varias veces. Una vez observada la carrera, los estudiantes pueden comenzar a contestar sus hojas de trabajo.

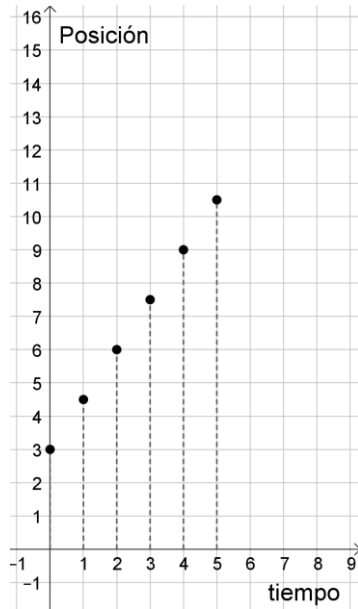
INSTRUCCIONES PARA USAR EL APLET: El archivo de GeoGebra para realizar las actividades 4 y 5 está disponible en el enlace <https://ggbm.at/jsqbfnhg>. En el archivo, el estudiante puede cambiar la velocidad y punto de partida de los dos participantes de la carrera para explorar nuevas carreras y encontrar relaciones entre las diferentes representaciones del movimiento que se muestran en GeoGebra.

Página 1	Instrucciones	
Nombre del alumno:	_____	Contesta las preguntas y realiza lo que se solicita en cada una de las actividades de tus hojas de trabajo.
Miembros del equipo:	_____	

Grupo: _____ Fecha: _____		Registra siempre tus respuestas en tus hojas de trabajo, aunque hayas trabajado en equipo.

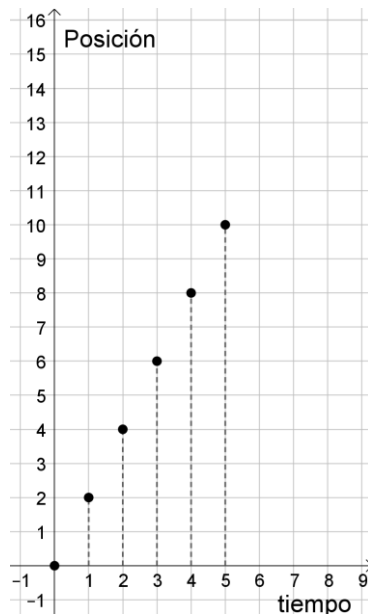
Página 1	Actividad 1: <i>Observa y representa el movimiento</i> (Individual, 10 minutos)
1. ¿Cómo avanza cada uno de los participantes en la carrera? Describe detalladamente. 2. Realiza un dibujo o ilustración donde se muestre cómo fue avanzando cada uno de los participantes. 3. ¿En qué posición se ubicó cada uno de los participantes en el segundo 0, 1 y 5? 4. ¿Cuánto avanzó en total cada participante durante los 5 segundos de la carrera?	

Página 2	(Equipo, 10 minutos)
5. Muestra a tus compañeros de equipo la ilustración que hiciste y discutan qué elementos tienen en común sus ilustraciones. 6. Elaboren en equipo una gráfica que muestre cómo es el movimiento de cada uno de los participantes durante la carrera. 7. ¿Te hizo falta considerar algo importante en tu dibujo? Explica.	

Página 3 Actividad 2. Gráficas de la carrera (Individual, 10 minutos)


Esta gráfica representa el movimiento de un participante de la carrera.

8. ¿Cuántos cuadros avanza este participante cada segundo? Explica cómo lo supiste.
9. ¿Cuál participante caminó de esta manera?
10. ¿Cuántos cuadros avanzó en total este participante durante los 5 segundos de la carrera?
11. Si se triplica el tiempo de la carrera (si durara 15 segundos), ¿cuánto avanzaría en total? Explica tu razonamiento.



Esta gráfica representa el movimiento de un participante de la carrera.

12. ¿Cuántos cuadros recorre este participante cada segundo?
13. ¿Al movimiento de cuál participante corresponde esta gráfica?
14. ¿Cuántos cuadros en total avanzó este participante durante los 5 segundos de la carrera?
15. Si la carrera durara 2.5 segundos, ¿cuántos cuadros avanzaría en total este participante? ¿Y el otro participante? Explica tu respuesta.

Página 4 (Equipo, 15 minutos)

Comparen sus respuestas y estrategias a las preguntas anteriores.

16. ¿A cuál participante corresponde cada recta?
17. Elaboren una tabla con la información de la posición donde se ubicaría cada participante en los segundos 0, 1, 1.5, 5 y 8.75.
18. ¿Encuentras alguna relación entre los valores del tiempo y los valores de la posición, en el caso del participante que inició en la posición 0? Describe esta relación.
19. Escribe una ecuación o fórmula que relacione tiempo y posición y que sirva para saber la posición del participante en un valor específico del tiempo.
20. Repite las preguntas 18 y 19 para el participante que inició en la posición 3.

Página 5 Actividad grupal (15 minutos)

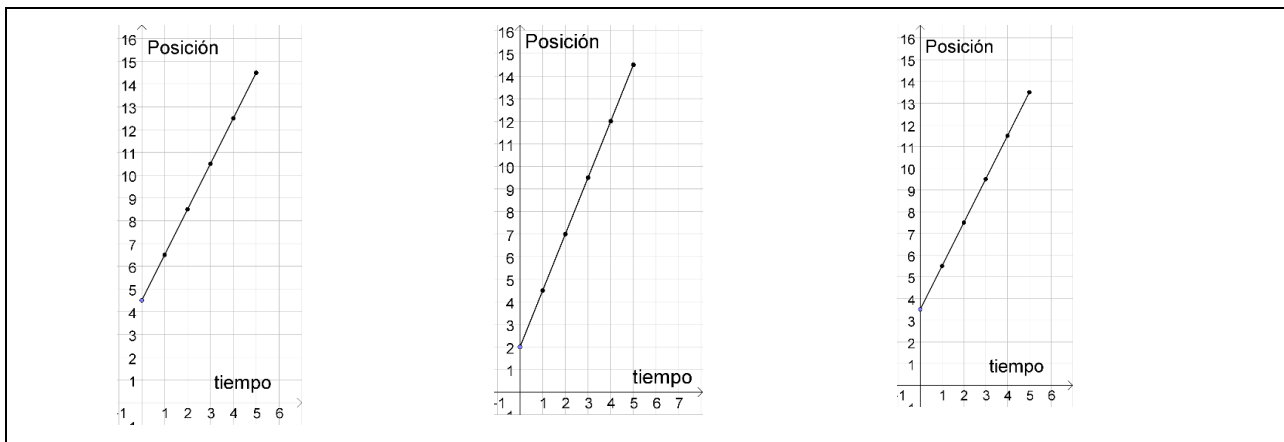
21. ¿Es el tiempo es directamente proporcional a la posición, en el movimiento de cada participante? Explica tu respuesta.
22. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?
23. ¿Los incrementos de tiempo son directamente proporcionales a los incrementos de posición, en el movimiento de cada participante?
24. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad en cada caso?

Página 6 Actividad 3. *Cambios en la carrera* (Individual, 10 minutos)

El profesor está planeando cambiar cómo avanza uno de los participantes de la carrera, de manera tal que se obtengan los siguientes datos:

x: Tiempo (segundos)	0	3	5	8
y: Posición		9.5	14.5	22

25. ¿Cuál es la velocidad de este participante? Es decir, ¿cómo avanzará cada segundo? ¿Cuál será su punto de partida? Explica cómo hiciste para saber.
26. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde al movimiento de ese participante? Explica tu razonamiento.


Página 7 (Equipo, 15 minutos)

Comparen sus respuestas obtenidas en las preguntas anteriores.

27. Actúen el movimiento como lo describieron en la pregunta 25 para verificar que corresponda a la tabla de datos de arriba.
28. Encuentren una ecuación o fórmula para representar la relación entre tiempo y posición para este caso.

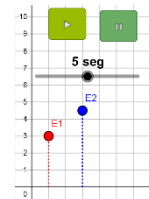
Página 8 **Actividad 4. Modelando la carrera en GeoGebra** (Equipo, 32 minutos)

V1=2 P1=0

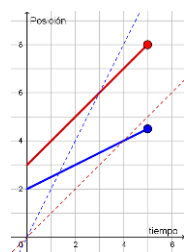
V2=1.5 P2=0

Duración: 5

Abran el archivo carrera.ggb o el enlace <https://ggbm.at/jsqbfhng>. En él podrán crear diferentes carreras para dos participantes E1 y E2. Pueden cambiar su velocidad (V1 para E1 y V2 para E2), su punto de partida (P1 para E1 y P2 para E2) y la duración de la carrera.



Con los botones verdes pueden iniciar y pausar la carrera y observar cómo avanzan los participantes. Para reiniciar el contador de tiempo hay que deslizarlo hacia la izquierda.



Del lado derecho de la pantalla, pueden observar las gráficas que genera cada participante.

Al activar la casilla “Ecuaciones” podrán escribir las ecuaciones que ustedes creen que modelan el movimiento de los participantes y verificar si son o no correctas.

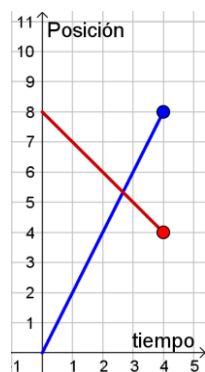
☒ Ecuaciones

$y = x$

$y = 2x$

29. Generen en el archivo una carrera de 10 segundos, donde E1 tiene una velocidad de 1 cuadro cada segundo y comienza desde la posición -2, mientras que E2 tiene velocidad de medio cuadro por segundo e inicia en la posición 2. ¿Quién ganó la carrera?
30. ¿Qué significa que las rectas de la derecha se intersequen? ¿En qué segundo sucede?
31. ¿Cuál es la ecuación que representa el movimiento de cada participante? Comprueben con ayuda de GeoGebra que sean correctas.

32. ¿Qué velocidad y qué punto de partida deberían tener los participantes para generar las fórmulas $y = 0.75x - 1$ y $y = 0.25x + 4$?
33. Jueguen a crear otras carreras y encontrar las ecuaciones que representen el movimiento de los participantes.

Página 9

34. ¿Cómo deberían caminar los participantes de la carrera para obtener estas gráficas? Explica detalladamente y comprueba tu respuesta en GeoGebra o actuando la carrera con uno de tus compañeros.
35. ¿Hay proporcionalidad directa entre tiempo y posición en el movimiento de ambos participantes?
36. ¿Cuáles son las constantes de proporcionalidad en cada caso?
37. ¿Cuáles son las ecuaciones que relacionan tiempo y posición para cada caso?
38. Jueguen a crear otras carreras y encontrar las ecuaciones que representen el movimiento de los participantes.

Página 10**Actividad 6. Otro tipo de movimiento (Individual, 10 minutos)**

Un estudiante camina de tal manera que se obtienen los siguientes datos:

x : Tiempo (segundos)	0	2	5	9
y : Posición	0	4	6	8

39. Describe su movimiento.
40. Describe su velocidad.
41. ¿Los incrementos de posición son directamente proporcionales a los incrementos de tiempo? Explica tu respuesta.
42. Elabora una gráfica cartesiana de este movimiento ¿Qué observas?

Página 11 | Actividad 7. Recipientes cilíndricos de mismo tamaño (Equipo: 30 minutos)

Dos recipientes son llenados con agua con un flujo constante de 4 litros cada minuto. Las dimensiones de los recipientes son las mismas y se señalan en la siguiente figura. Uno de ellos está originalmente vacío y el otro ya tiene agua hasta una altura de 10 cm.



1. Señala las magnitudes variables que están cambiando en cada recipiente, conforme se van llenando.
2. Elabora una tabla para cada recipiente donde se especifique la altura en diferentes tiempos.
3. Determina una expresión o ecuación para calcular la altura del agua a partir del tiempo transcurrido para cada uno de ellos. Considera el tiempo necesario para que cada recipiente se llene y establece las restricciones para el valor del tiempo en cada caso.
4. Elabora una gráfica de altura contra tiempo en cada caso.
5. ¿Qué tienen en común esta situación y las estudiadas previamente con relación al movimiento de sus compañeros de clase? Explica detalladamente.

Página 12 | Actividad 8. Recipientes cilíndricos de tamaño diferente (Equipo: 30 minutos)

Los dos recipientes que se ilustran a continuación se llenan de agua a flujo constante de 6 litros cada minuto.



1. Determina para cada uno de ellos una fórmula o ecuación para calcular la altura del agua en el recipiente en función del tiempo.
2. Si hicieras una gráfica que se corresponda con cada uno de los casos, ¿qué diferencias tendrían? Responde detalladamente, pero sin hacer las gráficas.
3. Sin elaborar tablas numéricas, determina cómo sería el comportamiento de la altura con relación al tiempo en cada caso.

